

中国科学技术大学

博士学位论文



磁场重联中的低频波动和 绝热动力学阿尔芬孤立波

作者姓名： 柴立晖

学科专业： 空间物理

导师姓名： 李毅 教授 Jörg Büchner 教授

完成时间： 二零一三年四月

University of Science and Technology of China
A dissertation for doctor degree



Low-frequency Waves in Magnetic Reconnection and Solitary Kinetic Alfvén Waves in Adiabatic Process

Author's Name : Lihui Chai

Speciality : Space Physics

Supervisor : Prof.Yi Li Prof.Jörg Büchner

Finished Time : April, 2013

磁场重联中的低频波动和绝热动力学阿尔芬孤立波

柴立晖

中国科学技术大学

中国科学技术大学学位论文原创性声明

本人声明所呈交的学位论文,是本人在导师指导下进行研究工作所取得的成果。除已特别加以标注和致谢的地方外,论文中不包含任何他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的贡献均已在论文中作了明确的说明。

作者签名: _____ 签字日期: _____

中国科学技术大学学位论文授权使用声明

作为申请学位的条件之一,学位论文著作权拥有者授权中国科学技术大学拥有学位论文的部分使用权,即:学校有权按有关规定向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版,允许论文被查阅和借阅,可以将学位论文编入《中国学位论文全文数据库》等有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。本人提交的电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。

保密的学位论文在解密后也遵守此规定。

公开 保密 _____ 年

作者签名: _____ 导师签名: _____

签字日期: _____ 签字日期: _____

摘 要

本文主要研究磁场重联中的低频波动和绝热过程中的动力学 Alfvén 孤立波。

1. 在磁场重联低频波动方面的主要工作包括：

磁场重联在空间等离子体中扮演重要角色，它可以有效地转移和转化等离子体的物质、动量和能量。空间等离子体中的许多爆发现象以及太阳风和地球磁层的相互作用都与磁场重联有关。磁场重联与波动有紧密联系。波动可能是触发重联的因素之一，而重联过程中磁力线拓扑结构的改变和高速粒子的产生都是激发波动的重要来源。在本文中，主要研究重联激发的低频波动特性。

本文采用二维三分量混杂模拟程序模拟了重联过程。在重联达到准稳态后的随体坐标中，利用快速傅里叶分析法研究了波动的频谱特性，利用最小方差分析法研究了波动的传播方向和偏振特性。通过研究不同重联区域的波动，给出了波动的空间分布特性。并结合观测讨论了本文的研究结果。

本文研究结果表明：重联区的低频波动以 Alfvén 离子回旋波为主，其频率主要集中在 0-1 个离子回旋频率之间，偏振特性为左旋。其中入流区波动以小振幅的 Alfvén 离子回旋波为主，传播方向以沿磁场方向为主，频率较高，其主峰常常高于 0.5 个当地离子回旋频率；而出流区波动以大尺度的湍动为主，振幅较大，频率较低，主要集中在 0-0.6 个当地离子回旋频率之间，其旋转特性相对较杂乱。由此推测重联可以产生左旋低频 Alfvén 波，并提供了一些磁尾和极区的观测证据。本文还结合其他采用混杂模拟研究波动传播的文章，讨论了本文研究结果的可靠性，解释了本文结果与观察出现不同的原因。

另外本文的研究结果还表明出流区大尺度的湍动会引起部分 Hall 重联四极结构的分布出现部分翻转，这可以解释卫星观测到的一些与 Hall 理论相反的数据点。

2. 在绝热动力学 Alfvén 孤立波方面的主要工作包括:

动力学 Alfvén 孤立波 (SKAWs) 伴随有密度扰动和平行于磁场方向的电场扰动, 是空间等离子体物理的重要研究内容之一。SKAWs 可以解释空间等离子体中观测到的强电磁扰动, 其平行电场对等离子体中波粒相互作用和磁层-电离层耦合有重要意义。已有大量文章从观测、理论和数值模拟方面对 SKAWs 进行了研究。为了简化数学分析, 以往许多关于 SKAWs 的研究都采用了等温假设。但是事实上在不同的等离子体中热力学过程并不相同。许多研究表明在不同的空间等离子体区域, 绝热指数的取值各不相同, 甚至在同一地区的不同方向绝热指数也会不同。因此, 研究不同热力学过程中绝热指数对 SKAWs 的影响是有必要的。

为此本文在绝热条件下对 SKAWs 进行了研究。本文从双流体模型出发, 采用 Sagdeev 势方法, 在小振幅近似下得到了 SKAWs 的解析解。并在相同参数下, 数值分析了 SKAWs 的波形和扰动场随绝热指数的变化情况。通过对比绝热过程和等温过程中 SKAWs 的差别大小, 分析了绝热指数对 SKAWs 的修正程度。

本文的研究结果表明随着绝热指数的增加, SKAWs 波形的振幅变小、宽度变大, 其平行方向的扰动电场变小, 垂直方向的扰动电磁场变大。而且相比于等温过程, 绝热过程的修正是显著的。因而在太阳风或磁层极区的热等离子体中, 需考虑绝热指数对 SKAWs 的影响, 特别在估算平行电场对电子的加速效应时应考虑这一修正。

关键词: 磁场重联, 低频波动, Hall 四极结构, 动力学阿尔芬孤立波, 绝热过程, Sagdeev 势

ABSTRACT

This thesis is focused on the the low-frequency waves in magnetic reconnection and solitary kinetic Alfvén waves in an adiabatic process.

1. **Low-frequency waves in magnetic reconnection:**

Magnetic reconnection plays an important role in space plasma physics. It can efficiently transfer and transform the material, momentum, and energy of plasmas. There are lots of eruptive activities in space plasmas and interactions between the solar wind and Earth's magnetosphere that relate to magnetic reconnection. Plasma waves are important to magnetic reconnection. Because there is a possibility that magnetic reconnection is triggered by some plasma waves, also lots of plasma waves can be excited during the magnetic reconnection process. This thesis focuses on the characteristics of the low-frequency waves that are produced by magnetic reconnection.

A two-dimensional hybrid simulation code is carried out to simulate the magnetic reconnection process. In the coordinate moving with fluid, wave spectrums are obtained by the fast Fourier transformation of magnetic field component which are perpendicular to the magnetic reconnection plane, and wave propagation directions and polarizations are determined by the minimum variance analysis of the electric field. After the reconnection becoming quasi-steady, the space distributions of waves are studied.

The results show that low-frequency Alfvén ion-cyclotron waves are dominating in reconnection area. The frequencies of these waves are between 0 and 1 local proton gyrofrequency, the polarizations are all left-handed. In the inflow regions the dominant waves are Alfvén ion-cyclotron waves with smaller amplitudes and propagation directions mainly along the ambient magnetic field, these waves have higher frequencies, the main peaks of spectrums are usually higher than half of the local proton gyrofrequency. The large amplitude turbulence with frequency of 0-0.6 local proton gyrofrequency and

isotropic propagation direction dominates in the outflow regions. We believe that the magnetic reconnection can produce Alfvén waves, and some observational evidences are presented. A comparison of our results with another paper which investigates wave propagation with hybrid code is carried out to prove the correction of our results and explain the observations.

The large-scale turbulence in the outflow regions can affect the Hall quadrupole structure distribution and produce some inverted distribution which agrees with some of the observations.

2. Solitary kinetic Alfvén waves in an adiabatic process:

Solitary Kinetic Alfvén Waves (SKAWs) are important in the field of space plasma physics because of their nonzero parallel electrical fields and density fluctuations. SKAWs play significant roles in wave-particle interaction and magnetosphere-ionosphere coupling. They have been investigated extensively through observation and theoretic-s with a focus on charged particle acceleration and heating. However, those studies were done under the simplifying assumption that the whole process was an isothermal process. In reality, the adiabatic index varies significantly under different plasma conditions. Therefore it is necessary to investigate the influence of changing adiabatic index on the SKAWs.

Under different thermodynamic processes, SKAWs with the limit of small amplitudes are studied analytically and numerically by the method of the Sagdeev potential. The results show that as the adiabatic index increases, the amplitude of the solitary structure and perturbed electric field along the background magnetic field direction reduce, the width of the solitary structure and perturbed electromagnetic fields which are perpendicular to the background magnetic field direction increase. The results also show that the modifications of an adiabatic process to the isothermal process is significant. Therefore it is necessary to consider the modifications in plasmas where the electron thermal effect is much stronger than electron inertial effect, such as in the solar wind and in the pole regions of the Earth's magnetosphere.

ABSTRACT

Keywords: magnetic reconnection, low-frequency waves, Hall quadruple structure, solitary kinetic Alfvén waves, adiabatic process, Sagdeev potential

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	III
目 录	VII
插图目录	XII
表格目录	XIII
符号说明和缩写	XV
第一章 绪论	1
1.1 磁场重联中的波动	2
1.2 色散 Alfvén 波	2
1.3 磁场重联与色散 Alfvén 波的共同应用	3
第二章 磁场重联中的低频波动	7
2.1 磁场重联	7
2.1.1 基础物理过程	9
2.1.2 Sweet-Parker 模型	12
2.1.3 Petschek 模型	14
2.1.4 Hall 效应	15
2.1.5 不稳定性与电阻	19
2.1.6 磁场重联与波动	22
2.2 混杂模拟	24
2.2.1 基本公式和假设	25
2.2.2 算法实现	27

2.3 重联模拟过程	30
2.3.1 程序说明	30
2.3.2 重联过程	32
2.3.3 准稳态重联电磁场	34
2.4 重联各区域波动特征	35
2.4.1 波动频谱	36
2.4.2 传播方向	40
2.4.3 偏振特性	44
2.4.4 重联各区域波动	45
2.5 讨论和总结	50
2.5.1 重联产生的 Alfvén 离子回旋波	51
2.5.2 大尺度湍动对四极结构的影响	52
2.5.3 主要结论	54
第三章 绝热动力学 Alfvén 孤立波	57
3.1 Alfvén 波理论	58
3.1.1 经典 Alfvén 波	59
3.1.2 色散 Alfvén 波	59
3.1.3 双流体方程	61
3.1.4 色散关系	63
3.1.5 平行电场	69
3.2 动力学 Alfvén 孤立波	71
3.2.1 非线性项	72
3.2.2 色散和耗散项	73
3.2.3 KdV 方程及其孤波解	74
3.2.4 动力学 Alfvén 孤立波的形成	76

3.3 绝热条件下的动力学 Alfvén 孤波	77
3.3.1 SKAWs 的应用	77
3.3.2 基本方程和 Sagdeev 势	79
3.3.3 小振幅 SKAWs	81
3.3.4 SKAWs 随绝热指数的变化	82
3.3.5 绝热和等温过程中的 SKAWs	83
3.3.6 总结和讨论	87
3.4 小结	89
第四章 总结与研究展望	91
4.1 总结	91
4.2 研究展望	93
参考文献	95
致 谢	105
在读期间发表的学术论文与取得的研究成果	107

插图

1.1	地球磁场结构示意图	4
1.2	太阳大气中的硬 X 射线	5
2.1	地球磁场重联模型	8
2.2	磁通量管定义	10
2.3	Sweet-Parker 重联模型	13
2.4	Petschek 重联模型	15
2.5	Hall 多结构磁场模型	16
2.6	撕裂模形成磁岛	19
2.7	重联中的不稳定性	20
2.8	特征模法产生的不同磁场结构	21
2.9	磁力线演化过程	33
2.10	重联过程能量随时间变化图	34
2.11	在 $300\Omega_{p0}^{-1}$ 时刻的磁场和电场	35
2.12	出流区波动的功率谱	37
2.13	分界线附近波动的功率谱	38
2.14	入流区波动的功率谱	39
2.15	分界线附近波动的传播方向与 x 轴夹角分布	41
2.16	分界线附近波动的传播方向与 x 轴夹角分布	42
2.17	入流区波动的传播方向与 x 轴夹角分布	43
2.18	出流区波动的旋转特性电场	46
2.19	分界线附近波动的旋转特性	47
2.20	入流区波动的旋转特性	48
2.21	波动总能量空间分布	49
2.22	重联各区域波动特性	50

2.23 Hall 四极场分布	52
2.24 在 $300\Omega_{p0}^{-1}$ 时刻的 B_y 分布图	53
2.25 中性线与平行和垂直于中性线的三条轨迹上的 B_y	54
3.1 平行电场形成示意图	70
3.2 压缩型和稀疏型孤立波及其 Sagdeev 势	75
3.3 SKAWs 的振幅和宽度随 γ 的变化	82
3.4 SKAWs 的垂直扰动电磁场和平行扰动电场的振幅随 γ 的变化	83
3.5 绝热和等温时 SKAWs 的 Sagdeev 势函数	84
3.6 绝热和等温时 SKAWs 的密度隆起结构	85
3.7 绝热和等温时 SKAWs 的垂直扰动电场	86
3.8 绝热和等温时 SKAWs 的垂直扰动电场	86
3.9 绝热和等温时 SKAWs 的平行扰动电场	87

表格

2.1 混杂程序所使用的归一化单位	31
-----------------------------	----

符号说明和缩写

这是本文中使用的符号和主要的缩写说明。表达式按国际单位制给出，其中温度的单位是能量。

DAWs	色散 Alfvén 波 (Dispersive Alfvén Waves)
IAWs	惯性 Alfvén 波 (Inertial Alfvén Waves)
KAWs	动力学 Alfvén 波 (Kinetic Alfvén Waves)
SKAWs	动力学 Alfvén 孤立波 (Solitary Kinetic Alfvén Waves)
MVA	最小方差分析法 (Minimum Variance Analysis)
$\omega_{pe,i} = \sqrt{\frac{n_{e,i}e^2}{\epsilon_0 m_e}}$	电子/离子等离子体频率 (electron/ion plasma frequency)
$\Omega_{e,i} = \frac{eB}{m_{e,i}}$	电子/离子回旋频率 (electron/ion gyrofrequency)
$v_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0(n_e m_e + n_i m_i)}}$	Alfvén 速度 (Alfvén velocity)
$v_{Te,i} = \sqrt{\frac{T_{e,i}}{m_{e,i}}}$	电子/离子热速度 (electron/ion thermal velocity)
$c_s = \sqrt{\frac{T_e}{m_i}}$	离子声速度 (ion-sound velocity)
$\lambda_D = \frac{v_{Te}}{\omega_{pe}}$	德拜长度 (Debye length)
$d_{e,i} = \frac{c}{\omega_{pe,i}}$	电子/离子惯性长度 (electron/ion inertial length)
$\rho_{e,i} = \frac{v_{Te,i}}{\Omega_{e,i}}$	电子/离子回旋半径 (electron/ion gyroradius)
$\rho_s = \frac{c_s}{\Omega_i}$	离子声回旋半径 (ion-acoustic gyroradius)
$P_{the,i} = n_{e,i} T_{e,i}$	电子/离子热压 (electron/ion thermal pressure)
$P_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$	磁压 (magnetic pressure)
$\beta = \frac{2\mu_0(T_e m_e + T_i m_i)}{B^2}$	等离子体参数 (plasma beta)

第一章 绪论

等离子体波动是等离子体物理现象中重要的组成部分。它对理解空间等离子体的状态、能量演化、通量变化等现象都有着非常重要的作用。

在大尺度的空间等离子体中，由于分布于各处的磁场提供的磁压力、带电粒子之间的相互静电作用力和热压力都可以作为波动恢复力，从而激发了各种模式的电磁波、静电波和声波。这些波模相互耦合还会形成混杂波。在小尺度范围内，由于电子与离子的电荷相反、质量相差悬殊，使它们对电磁场的响应也各不相同，于是就会形成各种动力学波动。磁场的存在使系统引进了各向异性，而等离子体密度和粒子种类的空间分布以及磁场拓扑结构的复杂性也会使等离子体的波动模式比中性气体丰富和复杂地多。

对这些等离子体波动的激发、传播和相互耦合过程的研究，是等离子体物理学中重要的基本组成部分。在空间高温低密度的等离子体中，粒子之间的二体碰撞频率极低。在这些无碰撞的等离子体中，粒子之间的相互作用可以忽略，此时波动和粒子之间的相互作用就显得尤为重要。由于带电粒子的运动会受到静电或电磁振荡的影响，因而等离子体中带电粒子与波动之间可发生很强的相互作用，一般将这种波粒相互作用称为不稳定性 (instability)。

等离子体波动和不稳定性与空间物理中的许多现象都有关，如各种爆发、辐射以及极光和粒子加速等。等离子体波动作为一种粒子加速或加热机制在太阳大气和地球磁层-电离层耦合中得到了很多关注。等离子体波动还可作为一种探测手段来了解空间各等离子体的状态参数。另外在电离层中电磁波的传播和反射对人们的无线电通信至关重要。因而研究等离子体中的波动对研究等离子体物理、理解等离子体现象都有重要意义。

本文选择了空间物理中两个重要的波动现象来进行研究。一是磁场重联中的低频波动；二是色散 Alfvén 波。这两者时常是相互关联，伴随出现的。本章1.1节简要介绍磁场重联和波动的关系，1.2节简要介绍色散 Alfvén 波，最后在1.3节给出一些在空间物理中这两者共同作用的示例。

1.1 磁场重联中的波动

在空间等离子体中，大部分能量都是以磁能的形式储存的。而磁场重联作为一种将磁能转化为其他形式能量的过程，是空间等离子体很多活动现象的能量提供者。空间观测到的磁场重联过程都是快速、爆发式的，因而重联在太阳耀斑、日冕加热、日冕物质抛射以及地球磁层的磁暴和亚暴等剧烈的空间天气过程的都起着关键作用。磁场重联过程是一个磁力线断开并于另一根磁力线重新连接在一起的过程，它能够改变整个磁场的拓扑结构。因此磁场重联过程还控制着整个太阳风和地球磁层的大尺度的相互耦合作用。所以磁场重联在空间物理学研究中具有极为重要的地位，它是空间物理领域最为重要、受关注度最高的物理过程。

磁场重联过程中，磁场的拓扑结构和等离子体的密度、速度都会发生剧烈变化，这些变化引起的各种不稳定性可以激发大量丰富的波动。如磁场重联可以加速粒子，这些高能粒子束流在运动过程中会激发大量波动。另外在磁场重联点附近，由于磁对消使磁力线变软从而更容易弯曲，故在这些地区很容易激发波动。

磁场重联作为一种能量快速释放过程，它可以提供大量能量，产生大量波动。而这些等离子体波动会在传播过程中与粒子发生相互作用，从而改变等离子体的一些性质。特定的波动会在等离子体中产生特定的现象。研究磁场重联会产生怎样的波动，这些波动的频率、传播方向、偏振特性和空间分布是如何的，对于解释一些等离子体现象是非常重要的。因而本文将在第二章重点研究磁场重联产生的低频波动特性，并试图回答以上问题。

1.2 色散 Alfvén 波

波动是一个通过介质传输能量的过程。Alfvén 波作为由磁力线弯曲而产生的波动，它可以在等离子体中传输磁场能量。Alfvén 波是磁化等离子体中最基本的三种波模之一，它几乎遍及所有的空间等离子体内。Alfvén 波能量与磁场平方成正比，因此在强磁化的等离子体中，Alfvén 波携带着大量能量。所以 Alfvén 波可能是极光区电子加速、太阳大气中硬 X 射线激发以及日冕加热等过程的能量来源。但是，是什么机制干扰了 Alfvén 波继续携带能量向前传播，或

者说在什么样的物理条件下可以使 Alfvén 波将其能量传递给了当地的等离子体。

色散 Alfvén 可能为以上问题提供部分答案。与理想 Alfvén 波只在垂直于磁场方向有电磁扰动相比，色散 Alfvén 还具有一个平行于磁场方向的电场扰动。由于粒子在平行于磁场方向被加速时不会受到磁场的散射和阻碍，所以只要带电粒子被色散 Alfvén 波捕获就可以在平行方向得到一个有效加速。因此平行电场扰动为色散 Alfvén 波和带电粒子之间的能量交换建立了一个有效渠道。

色散 Alfvén 波的色散效应主要来自于小尺度范围内不同粒子之间的动力学效应。在小尺度范围内电子和离子对电磁场的响应将会不同。若在垂直于磁场方向有一扰动，当扰动尺度小到接近于电子惯性长度或离子回旋半径时，电子和离子对扰动场的响应不同就会越来越明显，从而引起电子和离子的空间分离，产生净余空间电荷，形成平行电场扰动。因此在垂直方向有一小尺度扰动时，Alfvén 波就会有色散效应，同时也会有平行电场扰动。由于平行电场可以加速电子，使色散 Alfvén 波在太阳大气加热、地球磁层-电离层耦合，以及极光、亚暴等领域都得到了广泛应用。

当动力学 Alfvén 波的色散效应和非线性效应达到平衡时，还可以形成动力学 Alfvén 孤立波。动力学 Alfvén 孤立波也携带有平行电场，而且孤立波振幅很大并伴随有密度扰动，可以用来解释卫星观测到的大振幅强电磁扰动。所以动力学 Alfvén 孤立波得到了很多广泛而细致的研究。在以往的研究中常采用等温假设来简化数学分析过程。但在实际空间等离子体中，很多过程并不满足等温条件。因而本文将在第三章研究相对于等温过程，绝热过程下的动力学 Alfvén 孤立波会有什么不同，这种不同在哪些等离子体中需要考虑。

1.3 磁场重联与色散 Alfvén 波的共同应用

磁场重联是磁能释放的过程，Alfvén 波动是磁能传输的过程，色散 Alfvén 波可以将波动能量传递给粒子。因此磁场重联中的低频波动和色散 Alfvén 波都是空间物理的重要研究对象。在一些等离子体现象中这两者也常相互关联、伴随出现。如在地球磁层极区（见图 1.1）和太阳大气（见图 1.2）中的一些物理现象，就可能是它们共同作用的结果。

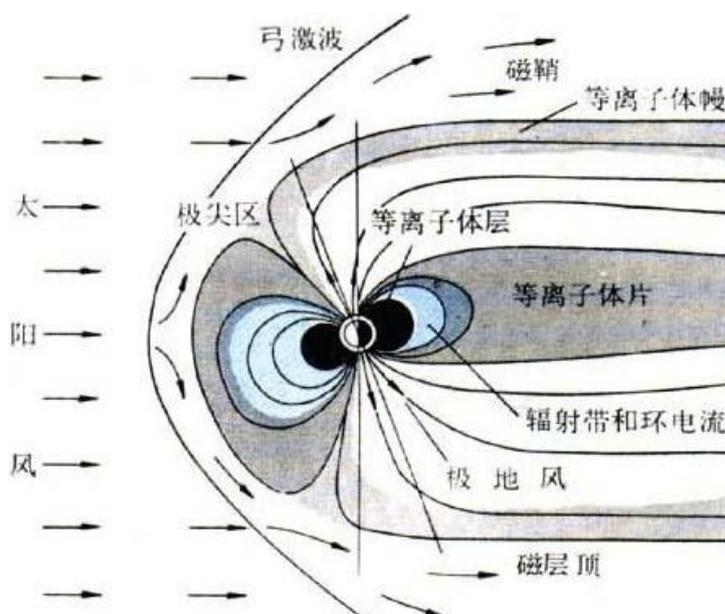


图 1.1 地球磁场结构示意图

图 1.1 是地球磁场结构示意图。当太阳风携带北向磁场时很容易在地球极区与地球磁场发生重联，重联过程作为一种快速能量释放过程，会在这一地区激发大量复杂的波动。这些波动在磁层极区传播时，会由于等离子体密度或磁场梯度等不均匀性而发展出色散 Alfvén 波和色散 Alfvén 孤立波。若这些波动向电离层传播，它们所携带的平行电场就有可能加速电子并使该电子沉降到极区电离层，沉降的高能电子有可能激发极光。因而色散 Alfvén 也被认为是极光的产生机制之一，而磁场重联可以作为 Alfvén 波动的能量来源。

图 1.2 是太阳大气中产生硬 X 射线的示意图。在以往的很多研究中都认为是重联加速的高速电子沿着冕环向下运动，轰击高密度的太阳低层大气产生硬 X 射线。但是这种假设有一个电子密度的问题不能得到解决。要产生观测到的硬 X 射线通量，需要大量的高速电子轰击太阳表面。首先冕环中电子密度很低；其次当大量电子向下运动而离子由于其大质量仍待冕环顶部时，就会形成大量电荷分离，从而在冕环中形成一个大电场，这个电场会阻止电子继续向下运动。因而这种机制里只有少量电子能够到达太阳表面，这无法解释观测到的硬 X 射线通量。Fletcher and Hudson [2008] 等人指出可以利用地球极光区色散 Alfvén 波加速电子的理论，来解释太阳硬 X 射线的问题。他们的研究表明由于

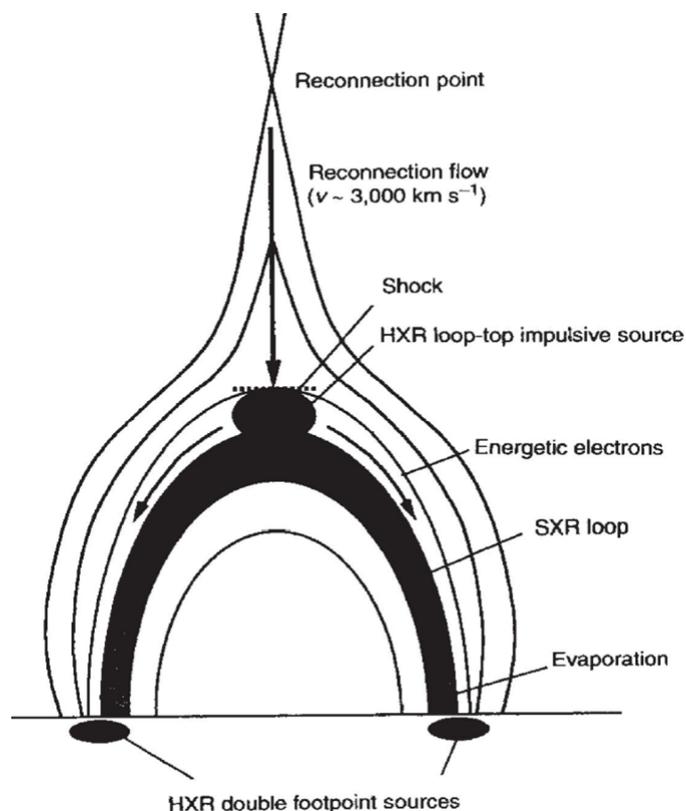


图 1.2 太阳大气中的硬 X 射线

太阳日冕中的强磁场和低密度，使该地区的 Alfvén 波速度接近光速的 10%。这样的 Alfvén 波能量足以加速电子并激发硬 X 射线。这一理论好处在于，向下传播的是 Alfvén 波动而不是当地的电子，这些 Alfvén 波携带着磁场重联提供的能量到达太阳大气低层，并在那里与粒子发生相互作用，把能量传递给粒子激发硬 X 射线。因而采用 Alfvén 波加速电子来产生硬 X 射线的理论，可以解决电子数密度问题和由电子运动造成的电荷不均匀性问题。

由上面的示例可以看出，磁场重联是 Alfvén 波动的能量来源，Alfvén 波动可以将重联释放的能量传递到其他地区。考虑动力学效应后的 Alfvén 波，可以有效地与粒子发生相互作用，将这些能量进一步传递给粒子，使其被加速或加热。为了对这一过程有更详细的了解，本文将在第二章研究磁场重联产生的低频波动性质，然后在第三章研究色散 Alfvén 波的一些性质。最后在第四章对本文研究内容进行总结和展望。

第二章 磁场重联中的低频波动

磁场重联可以有效地转移和转化等离子体的物质、动量和能量, 在空间等离子体中扮演重要角色。空间等离子体中的许多爆发现象以及太阳风和地球磁层的相互作用都与磁场重联有关。同时等离子体中存在的大量波动也对等离子体性质起着显著作用, 所以重联与波动的关系也就极为重要。本章采用二维混杂模拟对磁场重联中低频波动特性进行研究。

首先在2.1节简要介绍磁场重联, 在2.2节介绍混杂模拟。然后在2.3节说明模拟的重联发展过程, 在2.4节研究了重联达到准稳态后波动的频谱、传播方向和偏振特性。最后在2.5节对研究结果进行了讨论和总结。

2.1 磁场重联

磁场重联 (magnetic reconnection) 是方向相反的磁力线因相互靠近而发生断开并重新联结的过程, 在此过程中磁能快速转化为其他形式的能量, 磁场的拓扑结构也会发生相应的快速改变。磁场重联有时也被称为磁合并或磁对消 (magnetic annihilation), Giovanelli [1946, 1947] 最早提出了磁场重联的概念, 并尝试用它来解释太阳耀斑爆发过程中的粒子加速机制。而Dungey [1961, 1963] 首先使用了重联 (reconnection) 一词, 并建立了最初的开放地球磁层模型, 如图 2.1所示。除地球以外, 磁场重联也被应用于木星、天王星乃至彗星等其他行星和天体研究中, 甚至在完全感生而成的金星磁层 (金星没有内禀磁场) 中也观测到了重联现象 [Zhang et al., 2012]。据不完全统计, 只在 1957 年到 2007 年的 50 年间就有超过 5500 篇论文涉及了磁场重联这一现象。因而, 可以说磁场重联是空间物理领域最为重要、关注度也最高的核心物理过程和问题。

虽然这一过程极为重要, 但是由于磁场重联过程中电子耗散区内的直接观测极度稀缺, 学界对于该过程仍有很多争议, 甚至在概念上也有着明显的分歧。在磁场重联中不同磁力线之间间隔面 (投影到二维平面则为间隔线) 交叉会形

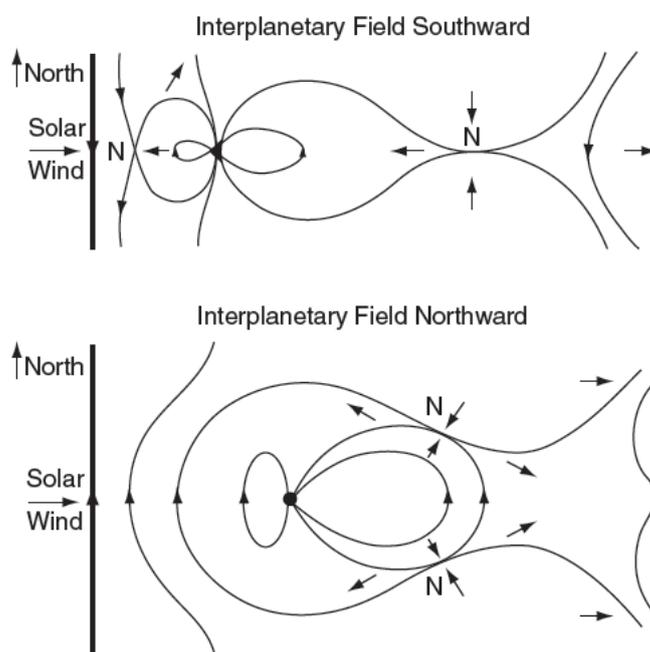


图 2.1 地球磁场重联模型 [Dungey, 1961, 1963]

成 X 线（二维投影为 X 点）或 Y 线（Y 点）。Vasyliunas [1975] 等认为磁场重联就是等离子体横越磁力线之间间隔面的过程，并用单位时间内通过单位长度 X 线的磁通量来定义磁场重联率。Cowley [1976] 和 Sonnerup [1988] 则更加强调平行于 X 线方向电场分量 E_{\parallel} 的作用，认为它才是磁场重联的典型特征且 E_{\parallel} 的强度正比于磁场重联率，并据此定义了磁场重联。Sonnerup [1984] 和 Axford [1984] 则定义某一时刻位于同一磁力线上的等离子体始终保持在一条磁力线上的过程为磁连接，并认为磁场重联过程中局部区域内（如 X 线附近）理想冻结条件的破坏，导致磁连接的破坏，从而引起大尺度的磁场拓扑结构的变化以及磁能的释放和转化。在该理论基础上，Schindler et al. [1988] 提出了扩散区的概念，把磁场重联定义为扩散区内非理想条件下磁连接的破坏过程。

需要指出的是以上几种定义虽然重点不同，但本质上并不互相排斥。如果有平行于 X 线方向的电场 E_{\parallel} 存在，则等离子体会在 $\mathbf{E}_{\parallel} \times \mathbf{B}$ 的作用下向分离线运动，这会破坏磁冻结效应；反之，如果磁冻结效应被破坏，等离子体横越磁力线向分离线方向的运动，会导致感应电场 E_{\parallel} 的产生。这些定义的核心区别实际在于：哪一个或哪几个过程是触发磁场重联的核心驱动过程。

磁场重联过程还可以按驱动源的性质分为自发重联和强迫重联两种 [Priest, 1985; Sato and Hasegawa, 1982]。自发重联主要由内部不稳定性驱动，如各种撕裂模不稳定性、区域内电阻或其它热力学参量的爆发性增长等都有可能触发自发重联过程。与此不同，强迫重联则主要由外部驱动源来驱动，如电流片两侧等离子体的相向运动可以驱动产生重联过程。强迫重联按又可分为稳态重联和非稳态（时变）重联。需要特别指出的是，很多的自发重联也是在外外部驱动创造出合适的内部条件后才发生的。因而，实际上自发重联与强迫重联是相互联系的。

近些年，随着关于磁场重联过程的综合观测数据分析、理论探讨和数值模拟研究的不断进步，学界对于该过程的认识不断深入，已经从早期较为简单的二维稳态重联过程研究逐步扩展到三维非稳态重联过程研究 [Gosling et al., 1995; Pritchett and Coroniti, 2004]。在三维情况下原来的 X 线会退化为一个点，将这个点称为磁零点。由于磁零点是一个三维结构，因此对它的研究一直停留在理论和模拟阶段。Xiao et al. [2006] 最先利用 Cluster 的 4 颗卫星同时穿过扩散区的观测数据证实了磁零点的存在，Xiao et al. [2007] 还提供了在两个相近时间点观测到的磁零点的事例，他们假设在如此短时间内磁零点一直存在，从而给出了连接两个磁零点的分界线的观测证据。He et al. [2008] 研究了在磁零点附近的电子动力学。

下面简要介绍一下对重联过程的一些物理分析。首先在 2.1.1 小节从磁力线的角度介绍重联的基础物理概念。然后在 2.1.2 小节、2.1.3 小节和 2.1.4 小节分别介绍著名的 Sweet-Parker 重联模型、Petschek 重联模型和无碰撞重联中的 Hall 效应。在 2.1.5 小节简要介绍一些等离子体不稳定性与电阻重联的关系，在 2.1.6 小节介绍一下重联与波动的关系。

2.1.1 基础物理过程

磁场重联，这一术语来自于两条不同的磁力线被切断并连接在一起的拓扑图像。可以从磁力线的物理图像出发来理解重联过程。

磁力线的物理实质为很细的磁通量管。首先介绍一下磁通量管的定义。如图 2.2，图中 \hat{n}_i 为闭合曲线 L_i 围成的表面 S_i 的法向，闭合曲线 L_i 的切向处

处与磁场 \mathbf{B} 方向垂直。将沿着 \mathbf{B} 方向由闭合曲线 L_i 围成的等离子体管定义为磁通量管。

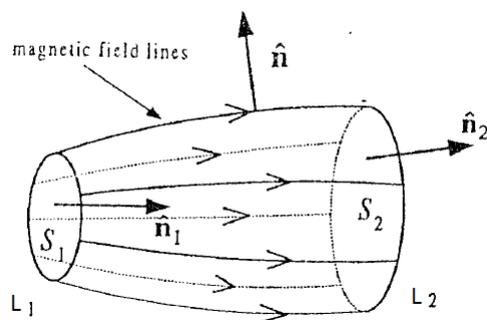


图 2.2 磁通量管定义

图 2.2 中 $\hat{\mathbf{n}}$ 为磁通量管法向，即 $\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$ 。则穿过整个磁通量管管壁的总磁通为：

$$\begin{aligned}\Phi &= \int \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \int \nabla \cdot \mathbf{B} dV = 0 \\ &= \int \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 dS_1 - \int \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}_2 dS_2 = \Phi_1 - \Phi_2\end{aligned}\quad (2.1)$$

从而得到

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \text{Constant} \quad (2.2)$$

即在一个磁通量管中的磁通是处处相等的。当管直径趋向于无穷小时，磁通量管可用磁力线来代替。

下面来研究空间等离子体中的磁通量管性质。等离子体电导率为 σ ，以速度 \mathbf{v} 在磁场 \mathbf{B} 中运动，满足 Ohm 定理：

$$\sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \mathbf{J} \quad (2.3)$$

由 Faraday 定理和 Ampere 定理可得出磁演化方程

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \mathbf{J}/\sigma) \\ &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}/\sigma\mu_0) \\ &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}\end{aligned}\quad (2.4)$$

方程右边第一项与第二项的比值称为 Reynolds 系数:

$$R_m = \frac{Lv}{\eta} \quad (2.5)$$

其中 v 和 L 分别为等离子体的速度和特征梯度长度, $\eta = 1/\sigma\mu_0$ 称为磁扩散系数, 它与等离子体电导率成反比。

由于在高温、低密度的等离子体中, 二体 Coulomb 碰撞平均时间远大于一般要研究的物理过程, 因此空间等离子体基本都是无碰撞的。没有了经典的碰撞阻尼效应, 等离子体可近似看做是理想导体 $\sigma \rightarrow \infty$ 。因而在跟随等离子体运动的坐标系内几乎无电场存在 $\mathbf{E}' = \mathbf{J}/\sigma = 0$, 电场只是由 Lorentz 力项提供 $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 。故在大多数空间等离子体中, $\eta \rightarrow 0 (R_m \gg 1)$, 方程(2.4)可写为:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.6)$$

此时计算穿过磁通量管截面 S 的磁通 Φ 随时间变化会发现:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} &= \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \int_{\partial_t S} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \int_l \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{l}) \\ &= \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} - \int_l (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \\ &= \int_S \left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \right] \cdot d\mathbf{S} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

这意味着在理想导体近似下, 磁通量管中的磁通是始终不变, 或者说每根磁力线都始终保持着它们各自的独立性 (individuality)。磁力线不会消失, 也不会相交。磁场拓扑结构不会发生变化。

当 $R_m \gg 1$ 时, 在一个磁通量管中的等离子体将永远待在该磁通量管中, 而且由一条磁力线连接在一起的等离子体元素也将始终待在该磁力线上。即当等离子体运动时磁力线也跟随一起运动, 磁力线如同冻结在等离子体上。因此, 将(2.4)中右边第一项称为磁冻结项或发电机项。当 $R_m \ll 1$ 时, 意味着等离子体中存在大的电阻或等效电阻效应, 使(2.4)中的第二项扩散项占主导地位, 此

时等离子体可以切割磁力线运动，磁力线可能被切断或销毁，磁场的拓扑结构就会发生改变。

在大多数的空间等离子体研究区域，磁扩散系数 η 很小，特征梯度尺度 L 很大。如太阳大气的耀斑中 $L \sim 10^4 km$ ，太阳风和地球磁层中 $L \sim 10^5 - 10^6 km$ 。这导致在这些等离子体中 $R_m \gg 1$ ，磁冻结效应占主导地位。但是当空间中两个满足磁冻结条件的不同的磁场拓扑结构或两个理想 MHD 等离子体系统（如太阳风和磁层）相互靠近时，满足磁冻结条件的两部分等离子体无法混合，形成清晰的边界层。由于两部分磁场方向和强度的差异，会在边界层上形成电流片结构。当两个等离子体系统足够接近时，边界层被压缩的足够薄，特征尺度 L 变小，磁冻结效应减弱，扩散项就相对重要起来。

但是扩散项具体从何而来，仍然有待研究。空间等离子体观测显示，很多磁场拓扑结构的改变都伴随各种爆发相过程。经典的粒子碰撞项提供的电阻率，无法提供足够高的重联率来解释这些观测现象。因此一些由非碰撞效应引起电阻的机制得到了人们的关注。例如，波粒相互作用引发的反常电阻 (anomalous resistivity)[Yoon and Lui, 2006] 或微观等离子体湍动 (turbulence)[Biskamp and Welter, 1989] 以及等离子体团 (plasmoid)[Loureiro et al., 2012] 等都可能提供扩散效应。但是如何从缓慢堆积过程，引发突然的剧烈快速重联，这仍是空间物理界最具挑战性的一个问题。

磁场重联过程极为复杂，为了给出磁场重联的物理图像，近几十年来学界提出了大量的磁场重联理论模型，如 Alfvén 模型 [Alfvén, 1968]、Sweet-Parker 模型 [Parker, 1957; Sweet, 1958]、Petschek 模型 [Petschek, 1964]、Sonnerup-Yeh-Axford 模型 [Sonnerup, 1970; Yeh and Axford, 1970]、Priest-Forbes 模型 [Priest and Forbes, 1986]、Priest-Lee 模型 [Priest and Lee, 1990] 等。下面简要介绍较基础的 Sweet-Parker 模型和存在争议的 Petschek 模型。

2.1.2 Sweet-Parker 模型

两团空间等离子体相向运动，如太阳风和地磁场，由于它们都满足磁冻结效应，被冻结在磁力线上的不同等离子体团无法融合，只能相互挤压。最终在分界面上形成电流片。当电流片越来越窄，使理想 MHD 理论不再适合，需考虑扩散效应。暂不研究扩散效应从何而来，而是直接假定等离子体有足够的扩

散能力耗散掉所携带的磁通。Sweet [1958] 和 Parker [1957] 分别独立给出了扩散系数为 η 的等离子体电流片解。图 2.3 为 Sweet-Parker 电流片模型。

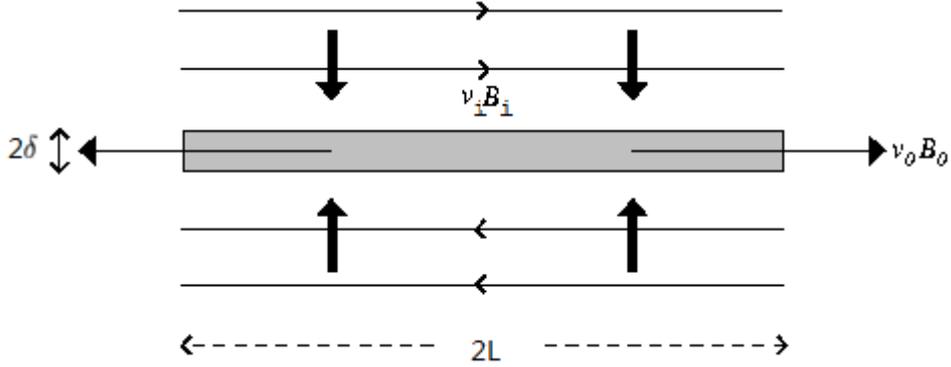


图 2.3 Sweet-Parker 模型 [Priest, 2003]

如图 2.3 所示，Sweet-Parker 模型是准一维稳态 ($\partial \mathbf{B} / \partial t = 0$) 磁场重联模型。图中 $v_i \mathbf{B}_i$ 和 $v_o \mathbf{B}_o$ 分别为入流区和出流区的速度和磁场。重联率为单位时间内被耗散的磁场，其单位与电场一致，表示为

$$\begin{aligned} E_R &= v_i B_i \\ &= \frac{J}{\sigma} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \frac{B_i}{\delta} = \eta \frac{B_i}{\delta} \end{aligned} \quad (2.8)$$

从而得重联入流速度为

$$v_i = \frac{\eta}{\delta} \quad (2.9)$$

扩散区质量守恒

$$v_i L = v_o \delta \quad (2.10)$$

能量守恒

$$v_i L \left(\frac{B_i^2}{2\mu_0} + \frac{\rho v_i^2}{2} \right) = v_o \delta \left(\frac{B_o^2}{2\mu_0} + \frac{\rho v_o^2}{2} \right) \quad (2.11)$$

其中利用了不可压缩流体近似，即 $\rho_i = \rho_o = \rho$ 。在 Sweet-Parker 模型中流入扩散区的磁场全部被耗散掉了，因而出流区无磁场 $B_o = 0$ 。将(2.10)代入(2.11)，并假设 $v_o \gg v_i$ ，有

$$v_o = \frac{B_i}{\sqrt{\rho \mu_0}} = v_A \quad (2.12)$$

将上式和(2.9)代入(2.10)有

$$v_i = \sqrt{\frac{\eta v_A}{L}} = v_A \sqrt{\frac{\eta}{v_A L}} = v_A (R_{mA})^{-1/2} \quad (2.13)$$

其中 $R_{mA} = Lv_A/\eta$ 为 Reynolds 系数。以入流区 Alfvén 速度 v_A 作为速度归一化单位，入流区磁场 B_i 为磁场归一化单位，则可算出归一化后的重联率为

$$[E_R] = \frac{v_i B_i}{v_A B_i} = (R_{mA})^{-1/2} \quad (2.14)$$

Sweet-Parker 模型重联率在 $R_{mA}^{-1/2}$ 量级。但在空间等离子体中 $R_{mA}^{-1/2}$ 很小，这使得 Sweet-Parker 模型重联率太小。在天文物理中 Reynolds 系数典型值为 $10^6 \sim 10^{12}$ ，因此 Sweet-Parker 模型的重联率为 $10^{-3} \sim 10^{-6}$ ，但观测到的耀斑和磁亚暴中的能量快速释放过程中需重联率达到 0.1 [Forbes, 2001]。例如在观测到的太阳日冕中能量释放过程一般只有几分钟，但按 Sweet-Parker 理论计算这样的重联过程需要持续几天。Sweet-Parker 模型的重联率无法解释空间等离子体中的很多能量快速释放过程，这是该模型的最大问题。

2.1.3 Petschek 模型

为了克服该矛盾，Petschek [1964] 在重联模型中引入了两对慢激波，如图 2.4 所示，这两对慢激波都连接到中心扩散区，并作为边界层分开入流区和出流区。在 Petschek 模型中大部分等离子体直接从入流区穿过慢激波进入出流区，而没有经过重联扩散区。从慢激波上游到下游，速度增大、磁场减弱。因而粒子可以在穿过激波过程中获得加速，而不必依赖于扩散区的加速过程。这就使 Petschek 模型可以极大地压缩扩散区范围 L ，从而获得更高的磁场重联率。Petschek 模型主要靠激波来转化磁能，而 Sweet-Parker 模型完全靠焦耳耗散转换磁能。因而 Petschek 模型的重联率比 Sweet-Parker 模型高了很多。其重联率在 $1/\ln(R_{mA})$ 量级，典型大小为 $0.01 \sim 0.1$ 。这可以解释很多空间等离子体中快速能量释放过程。因此也将 Petschek 模型称为快速重联模型。

Petschek 模型由于可以提供很高的重联率而被广泛采用，但是该模型受到很多质疑 [Biskamp, 1996]。Petschek 模型实际解的是扩散区奇点以外的 MHD 方程，因而 Petschek 模型的重联率几乎与扩散区电阻率无关。但重联精确解

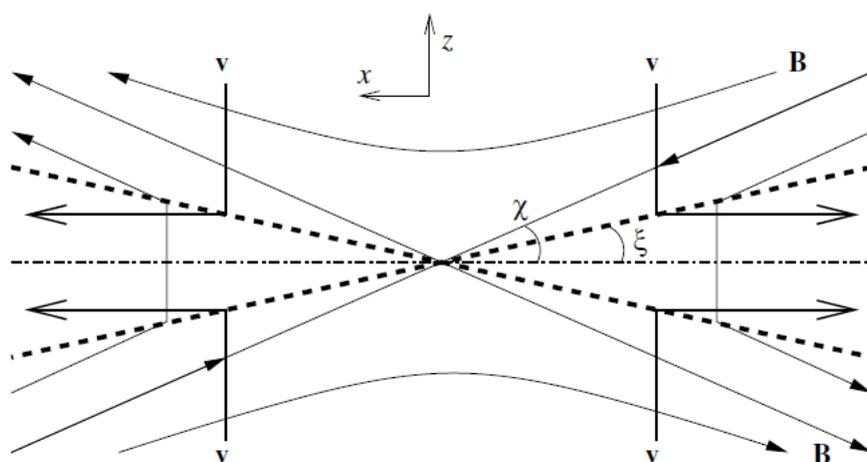


图 2.4 Petschek 模型 [Koskinen, 2011]

肯定是与扩散区电阻率相关的。Petschek 假设电流片长度 L 可以任意随着外部解而变化。但实际 L 并不是一个任意参数 [Kulsrud, 2001]。在一个稳定电阻下 L 并不会比 Sweet-Parker 模型的短，因而此时 Petschek 模型重联率也会降低到跟 Sweet-Parker 模型一样。这可以解释在很多模拟结果中电流片结构更倾向于 Sweet-Parker 模型 [Biskamp, 1986]。Petschek 模型可能在一些反常电阻等情况仍然适用。

要解释空间等离子体中观测到的剧烈快速的磁能释放，需要足够大的重联率。但现有模型的重联率太低。产生更高的重联率 $1/(R_m) = \eta/Lv$ 的可能性有两种：1) 等离子体中某种机制引起电阻率 η 急剧增大，使 Sweet-Parker 模型中的重联率满足观测；2) 如同 Petschek 模型，减小扩散区长度 L ，也可使重联率增大。越来越多的证据显示，重联扩散区的电阻效应控制着整个重联结构和速度，它对研究磁场重联至关重要。因而下一小节关注在小尺度扩散区的无碰撞重联 Hall 效应。

2.1.4 Hall 效应

之前的研究都是在 MHD 电阻扩散的基础上进行的，即在单流体 MHD 方程中，由碰撞效应或反常电阻效应等提供各向同性的扩散效应，扩散系数 η 为常数。但是要对空间等离子体重联现象有较彻底的理解，需要从微观出发考虑无

碰撞磁场过程。这一研究领域在近年来得到了广泛关注，其对重联区的描述也由一些观测得到证实。在无碰撞重联中，入流速度和重联率似乎主要是由离子惯性项决定的。这一点会在下面的介绍中得到体现。

经典的有限电阻 MHD 模型，其低重联率无法解释快速能量释放过程。近年来研究发现广义欧姆定理中的 Hall 项 $\mathbf{J} \times \mathbf{B}/ne$ 在无碰撞磁场重联中似乎起着关键作用，Shay et al. [2001] 采用包含 Hall 项的不同模拟程序以及不包含 Hall 项的电阻模型程序来研究 Hall 项对重联率的影响。在相同边界和初始条件下，他们分别采用 Hall MHD、双流体、混杂以及全粒子程序来模拟二维 Harris 电流片。他们的结果显示所有包含 Hall 项的程序都产生了一个很大的重联率，其入流速度超过了 $0.2v_A$ ，而不包含 Hall 项的电阻模型产生的重联率一如既往的低。Shay 等人的模拟结果显示 Hall 项可以极大的提高重联率。但是 Hall 项具体是如何对重联率产生影响的，仍有待研究。

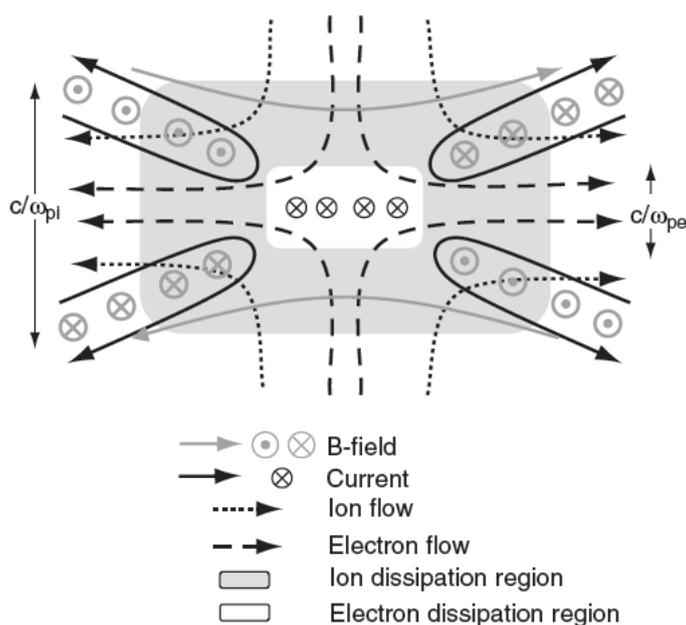


图 2.5 Hall 多结构磁场模型 [Koskinen, 2011]

考虑 Hall 效应后，重联的扩散区结构会发生重大变化，如图 2.5 所示。原来作为一个整体的扩散区，分解为离子扩散区和电子扩散区两个结构，其特征尺度分别为离子惯性长度 $d_i = c/\omega_{pi}$ 和电子惯性长度 $d_e = c/\omega_{pe}$ 。在 $d_i > L > d_e$ 的离子扩散区，离子的磁冻结效应被破坏 $\mathbf{E} + (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) \neq 0$ ，而电子仍是被冻结

在磁力线上的 $\mathbf{E} + (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) = 0$ 。再考虑电流密度为 $\mathbf{J} = ne(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e)$ ，以上二式化为

$$\mathbf{E} + (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) = \frac{1}{ne} \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (2.15)$$

在离子扩散区离子是无磁化的，电子仍被磁力线所束缚。因而离子不再受磁场约束，直接从离子扩散区流入出流区，而电子会跟随磁力线继续运动到电子扩散区。离子和电子分别携带正负电荷，当运动方向大体相同时形成的电流方向是相反的。又由于在扩散区离子和电子的运动轨迹分离，使离子电流和电子电流分别在四个象限各形成一个环电流。这四个环电流产生一个指向重联面外的四极磁场结构。Hall 重联的四极结构已在观测中得到证实 [Runov et al., 2003]。

在电子扩散区 $L < d_e$ ，电子的磁冻结效应也会被破坏 $\mathbf{E} + (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) \neq 0$ ，此时电子会脱离磁场束缚流入出流区。在电子扩散区，需要考虑电子动力学效应，此时在广义 Ohm 定理中需计入电子热压力梯度和电子惯性项 [Paschmann, 2008]:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} - \frac{1}{ne} \left(\frac{m_e}{e} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \nabla \cdot P_e \right) \quad (2.16)$$

Hall 效应的加入，使电子和离子对电磁场的不同响应在重联过程中得到了体现。但是该效应对重联率的具体影响机理还不清楚。下面介绍由 Malyshkin [2008] 提出的一个 Hall 磁场重联 Sweet-Parker-Petschek 模型。该模型对模拟中观测到的高重联率，进行了一定的解释。由质量守恒(2.10)和能量守恒(2.11)得到出流速度 $v_{out} = v_A$ 。则入流速度可表示为

$$v_i = \sqrt{3} v_A \left[\sqrt{3} R_{mA} + 2 \left(d_i \frac{R_{mA}}{L} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (2.17)$$

可看出当梯度特征尺度 $L \gg d_i (R_{mA})^2$ 时，即在大尺度 MHD 近似下，上式重联率与 Sweet-Parker 解一致。Malyshkin [2008] 指出重联扩散是发生在扩散区以内，不应该选取入流区边界的参数，而应该选取扩散区的小尺度极限 $L \ll d_i (R_{mA})^2$ ，此时重联率与 R_{mA} 无关，不受其限制。归一化的重联率为

$$[E] = d_i / L \quad (2.18)$$

其中扩散区长度 L 为自由参数，可由观测确定。Hall MHD 模拟显示重联率

$E \approx 0.1v_A B_i$ ，这可以满足快速重联的要求。

由以上分析看出 Hall 重联率是由离子惯性尺度决定的，而与电子效应无关。Hall 重联率与电阻扩散项 $\eta \mathbf{J}$ 无关，说明重联耗散不是由电阻扩散项提供的。Hall 重联模型增加了关于电子和离子不同的研究，得到了较高的重联率。但对电子扩散区内的物理过程并没有清晰的说明。也没有对磁场重联过程中的耗散机制给出解释。实际上，Hall 项 $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ 在电子扩散区的重联点附近 ($\mathbf{B} = 0$)，无法提供电阻效应。因而重联率必须由其他新的作用项来提供。电子惯性项和电子压力梯度的非对角项，因为可能在重联点附近的扩散区提供电阻效应，而得到了广泛研究 [Kuznetsova et al., 2007]。

这里需要指出的是，Hall 重联模型和 Petschek 模型对磁场耗散项的处理，有异曲同工的效果，它们都避开了耗散机制问题。Petschek 模型首先假定存在有限的电阻效应 η ，然后通过采用极小的电流片长度 L 得到高的重联率。扩散区快速重联形成的束流会在出流区上下边界形成两对慢激波，粒子的加速过程和磁能的耗散过程是由慢激波的过渡条件实现的。因此 Petschek 模型的重联率几乎与电阻耗散系数 η 无关，更多的是由激波的几何结构决定的。只要两对激波的张角足够大，大约在 90° 左右，就可以提供很高的重联率。但是当电流片宽度 L 太小，等离子体进入扩散区的总量 $v_i L$ 就少，质量守恒导致在出流区无法形成强大的喷流，弱的喷流无法撑开出流区的两支激波，使激波的夹角变小，最终导致 Petschek 模型的重联率降低 [Kulsrud, 2001] 到与 Sweet-Parker 模型一样。Hall 重联模型，则将原来的宏观电流片长度 L 降低到微观的带电粒子的惯性尺度，并认为在离子扩散区 ($l \approx d_i$) 电子和离子发生分离，而在电子扩散区 ($l \approx d_e$) 发生磁能耗散。这就使扩散区长度变的很小 $L \approx d_e \ll d_i$ ，在此假设下得到了与耗散项无关的重联率表达式(2.18)。

磁场重联的最大难点在于空间等离子体的电阻 η 太小，无法提供足够高的重联率来解释观测到的快速重联过程。正如 Sweet-Parker 模拟中要求流入的磁场全部被焦耳耗散掉，这就使入流速度 v_i 受到低电阻率 η 的严重限制，最终导致极低的重联率而无法解释观测现象。而对观测解释较好的 Petschek 模型和 Hall 重联模型都采用假定，使重联率不再与耗散有关。没有了低耗散的限制，这两种模型便可得到较高的重联率。绕开电阻耗散项，使重联率与电阻率无关。这是 Petschek 模型和 Hall 重联模型最吸引人的性质，是它们的最大优势，但同

时也成了两种模型存在争议的原因。

重联过程实际是一个磁能耗散后转换为粒子动能的过程。因此耗散机制对磁场重联起着至关重要的作用。但是对等离子体中的耗散机制，仍没有较一致的解释和理解。现有很多对磁场重联的研究都是为了能够给出一个较强的耗散机制，如各种不稳定性、多重等离子体团或等离子体湍动等理论。

2.1.5 不稳定性与电阻

电阻耗散机制对重联的触发和重联过程的控制都至关重要。重联电阻的来源是其中最基本的问题。可以推断：重联的突然爆发是由于长期缓慢的堆积效应达到一个界限后，触发了等离子体的某种不稳定性而造成的。

在众多等离子体不稳定性中，撕裂模不稳定性是磁场重联中研究最多的。电流方向相同的两根电线会相互吸引，且吸引力大小与电线之间的距离成反比。想象电流片是由很多细电流丝构成的。当系统有一个扰动时，电流丝位置发生偏移。相互靠近的两根细丝之间吸引力比相互远离的细丝之间吸引力强，使靠近的电流丝更快的相向运动。很明显这是不稳定的，多个电流丝趋于聚成一束，从而在电流片中形成众多磁岛，如图 2.6 所示。无论是在太阳风中还是在磁层

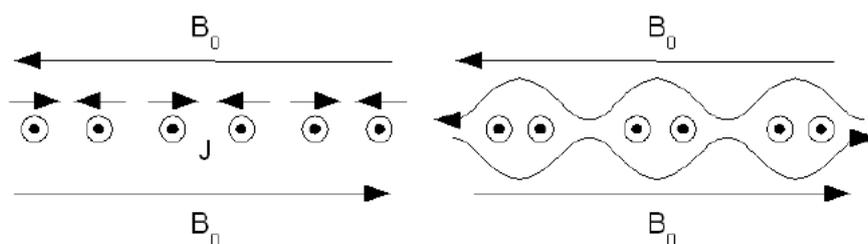


图 2.6 撕裂模形成磁岛 [Koskinen, 2011]

中，撕裂模的增长率都很小。从微观无碰撞角度出发解释：由以上分析知要触发电流片中的撕裂模不稳定性，需要引进一个垂直于背景磁场方向的扰动磁场分量，但是此时电子又会由于质量太小而很容易被冻结在该扰动磁场结上，使得电子无法自由移动，这就给撕裂模不稳定性系统增加了一个很强的稳定效应。由于扰动磁场相对较小，电子被磁化时离子可以保持非磁化状态，所以离子惯性效应可能会驱动撕裂模不稳定性 [Schindler, 1974]。但是进一步的研究显示，

电子的冻结效应如此之强，以至于离子的撕裂模不稳定性也被抑制 [Galeev and Zelenyi, 1976]。宏观 MHD 和微观无碰撞的撕裂模不稳定性都无法提供快速重联需要的强电阻 η 。

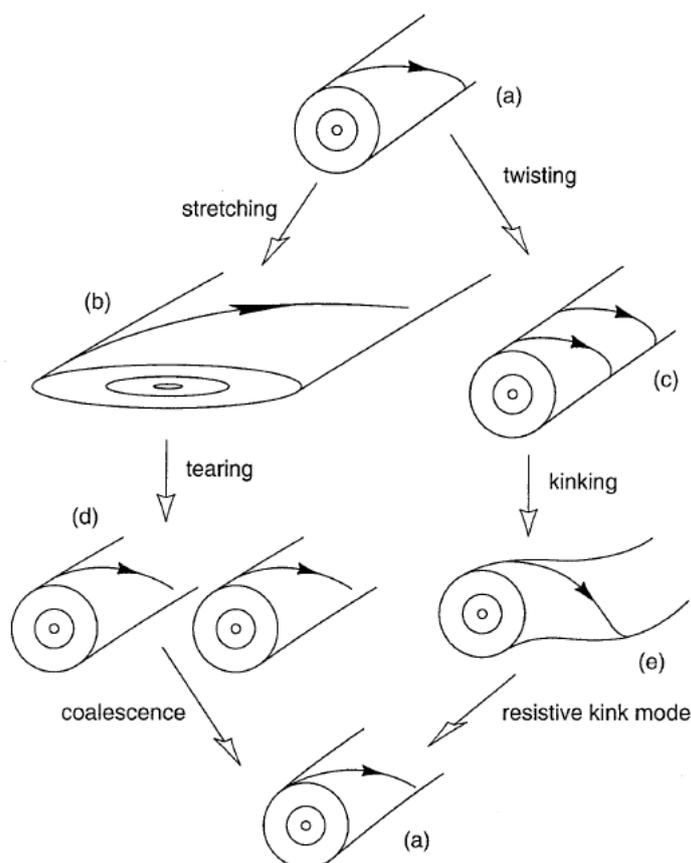


图 2.7 重联中的不稳定性 [Biskamp, 1996]

重联过程可能还包含其他不稳定性。Biskamp [1996] 给出了电阻重联的一个系统模式，如图 2.7 所示。在无外力作用或不受边界影响时，一个磁化等离子体的自然结构是圆形磁通量管 (a)。外力主要通过两种方式改变该系统：一种是拉长系统形成片结构 (b)，如太阳风作用在地磁偶极场后形成的磁尾电流片结构；另一种是扭结系统 (c)，如光球层对流运动扭结冕环的过程。被拉伸或扭结的过程，都使该系统能量增加。因此被拉伸或扭结的结构都是不稳定的，当能量超过一定界限，系统就会触发一个能量释放过程。拉伸结构会由于撕裂模不稳定性，撕裂成几个小磁通量管 (d)；扭结系统会弯曲形成螺旋结构 (e)。另

外特定条件下也可以发生逆过程：多个磁通量管会因为联结 Coalescence 不稳定性，联结合并成一个磁通量管；磁螺旋管会因为抗扭结效应 (resistive kink mode) 被拉直。这些逆过程又可能使系统恢复到最初的结构 (a)。

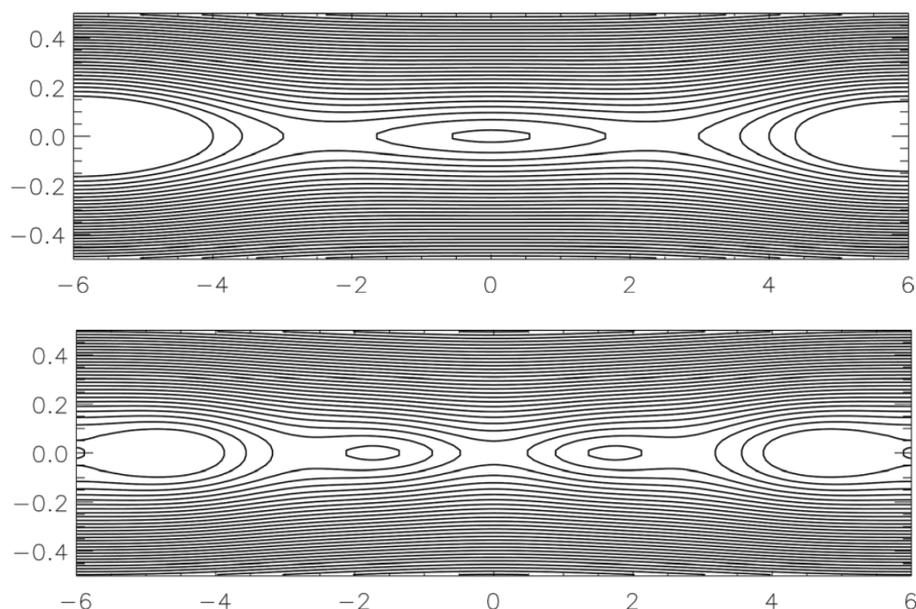


图 2.8 特征模法产生的不同磁场结构 [Li et al., 2011]

尽管线性撕裂模增长率不能提供快速重联电阻，但是在考虑非线性效应后，重联结构可能改变。相比于线性撕裂模形成一串小磁岛，非线性撕裂模会在电流片中心产生一个大的等离子体团 (plasmoid)，这个等离子体团一边增大一边沿着电流片流动。等离子体团流出的速度在 v_A 量级，由于低重联率供给的出流量较慢，使电流片被拉长变细，最终电流片变的不稳定并产生二阶等离子体团。当这些等离子体团在电流片中运动、相互碰撞时，又需考虑磁通量管的联结作用。撕裂和联结效应控制着等离子体团的产生和演化过程。

磁岛和等离子体团对于很多快速重联爆发过程 [Uzdensky et al., 2010] 和粒子加速等问题 [Drake et al., 2006] 的理解都很重要。Li et al. [2011] 采用特征模方法给出了电流片中磁岛的自洽稳态解，这种模型可以产生各种结构的多重磁岛。图 2.8 上面的磁结构是用两支特征模产生的亚磁岛，下面的是小磁岛在大磁岛附近涌现时的结构。这一模型对理解和分析电流片中的磁结构很有价值。

研究还发现，由于带电粒子与电磁波扰动 (fluctuation) 相互作用可能引发巨

大的反常电阻 [Yoon and Lui, 2006]; 另外当磁 Reynolds 系数足够大时磁化等离子体会像中性气体一样开始湍动, 这种小尺度的湍动相比于稳态结构更容易引发快速重联 [Biskamp and Welter, 1989]。

2.1.6 磁场重联与波动

由于本章主要研究磁场重联中的低频波动, 因此在本小节简要介绍一下重联与波动的关系。研究重联与波动关系的相关文献, 主要将注意力集中在两个方面。一方面, 波动作为一种可能的重联触发机制被研究。另一方面, 波动作为重联的产物被研究。

由2.1.4小节介绍的 Hall 重联模型知, 在考虑电子、离子分量运动后, 重联扩散区出现更精细的结构, 即分为离子扩散区和电子扩散区。考虑重联扩散区尺度范围下, 均匀磁化等离子体中波的色散关系为 [Biskamp, 1996]:

$$\omega = \frac{k_{\parallel} v_A \sqrt{1 + k^2 d_i^2}}{(1 + k^2 d_e^2)^2} \quad (2.19)$$

利用 $v_A = d_i \Omega_i = d_e \Omega_e$, 分析在长波 $\lambda > d_i$ 、中波 $d_i > \lambda > d_e$ 和短波 $d_e > \lambda$ 极限下的色散关系, 有

- 当 $1/k \gg d_i$ 时,

$$\omega = k_{\parallel} v_A = k v_A \cos \theta \quad (2.20)$$

- 当 $d_i \gg 1/k \gg d_e$ 时,

$$\omega = k_{\parallel} k d_e^2 \Omega_e = k^2 d_e^2 \Omega_e \cos \theta \quad (2.21)$$

- 当 $d_e \gg 1/k$ 时,

$$\omega = \Omega_e k_{\parallel} / k = \Omega_e \cos \theta \quad (2.22)$$

即波长大于离子扩散区尺度时, 波动以 Alfvén 波为主。波长小于电子扩散区尺度时, 以电子回旋波模为主。而波长介于它们之间时, 即在离子扩散区内, 波模主要为 whistler 波。

在宏观电流片尺度 L 远远大于离子惯性长度 d_i 时，离子和电子一起跟随磁力线运动，MHD 模型适用，该空间尺度范围内波动主要以无色散的 Alfvén 波为主。而当研究尺度不断缩小，短波近似会引起波动的色散。Drake [1995] 最早研究了重联中无碰撞等离子体的色散性质和波，认为 whistler 波模在磁场重联的触发过程中起着重要作用。由(2.21)可推导出 whistler 波的群速度

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = 2kd_e^2 \Omega_e \cos \theta \sim k \sim \frac{1}{\delta} \quad (2.23)$$

其中 δ 为电流片半宽度。在 MHD 下电流片出流区速度在 v_A 量级，而在 Hall MHD 下电子出流速度在 whistler 波速量级。即磁通从扩散区消失的速度与 whistler 波速度 v_g 成正比。因此流出扩散区的总磁通量为 $v_g \cdot \delta = \text{constant}$ ，不再与扩散区宽度有关。这也可能是 Hall MHD 中重联率与电子扩散区尺度无关，而只是由离子惯性尺度控制的原因。取 $k_{max} = 1/d_e$ 时 whistler 波有最大群速度 $v_{g,max} = \Omega_e d_e$ 。当空间尺度更小时，由于电子惯性效应，电子回旋波模的速度降为 0。

Whistler 波是否是触发重联的重要机制，是否有其他波模对重联产生影响。这些问题都还没有明确的答案。另外在重联过程中，磁场拓扑结构会改变、大量粒子会被加速。在这一能量转化的过程中，会有大量的波动被激发。因此重联激发的波动也是一个很值得研究的问题。

等离子体中波动是极其复杂，也是非常重要的。而关于波动与重联的关系也引起了很多人的关注。Yi et al. [2007] 研究了具有不同等离子体 β 值的 Hall MHD 重联的低频波动，发现在磁分界线附近波动具有 whistler 波特性的。Rogers et al. [2001] 研究了色散 whistler 波和动力学 Alfvén 波与无碰撞重联的重联率之间的关系，认为当重联发生在离子惯性尺度时，波粒相互作用将在重联过程中起重要作用，此时 whistler 波和动力学 Alfvén 分别在不同参量范围下影响重联扩散区的结构。Wang et al. [2000] 研究了 Hall 电流和电子压力梯度效应与重联动力学的关系，认为在无引导场时重联由 Hall 电流控制，重联层支持斜传播的 Alfvén-whistler 波，当引导场大于等于背景场时，重联由电子压力梯度项控制，重联层支持动力学 Alfvén 波。周国成 et al. [2004] 采用二维三分量不可压缩 MHD 模型，计入电子压力张量效应，研究电流片的低频波色散性质，结果表明，在长波区存在 Alfvén 波和离子声波，在短波存在斜 Alfvén-whistler 波和快

磁声-动力学 Alfvén 波。Zhang et al. [2008] 用 Hall MHD 方法模拟出了场向电流与 Alfvén 波，Alfvén 波携带场向电流向远离重联区传播。

关于本章所关注的频率在离子回旋频率范围的低频波动，有大量的理论 [Shoji et al., 2009; Tsurutani et al., 2003] 和观测 [Sundkvist et al., 2005] 研究。Hu and Denton [2009] 采用二维混杂模拟研究了偶极磁场中的电磁离子回旋波 (EMICs)，发现波动产生时以左旋为主沿着磁场传播，磁场的不均匀性会导致波阵面斜向于磁场传播，当波动在磁高纬区垂直于磁场传播时，左旋极化转化为线性极化。Chaston et al. [1999] 研究了磁尾等离子体边界层和中性片中电磁离子回旋波的传播特性和产生机制。Bogdanov et al. [2003] 利用 CASSINI 观测，统计研究和分析了磁尾离子回旋波，发现波动事件频率在 $0.5\Omega_p$ (Ω_p 为质子回旋频率) 的分布最多，波动偏振特性分布左旋和右旋基本相等。Nykyri et al. [2004] 研究了 Cluster 在高纬极尖区的磁场扰动观测，发现在离子回旋频率附近波动能量有明显峰值，这些波动常伴随可能由重联产生的快速束流出现。Alfvén 离子回旋波可通过回旋共振加热粒子，在空间等离子体中得到了广泛研究。Broughton et al. [2008] 利用 Cluster 观测研究了等离子体边界层极低频波动及其波矢方向，并讨论了波动与离子加热的关系。Mecheri and Marsch [2007] 讨论了日冕中与共振加热相关的离子回旋波的产生机制，Voitenko and Goossens [2003] 讨论了日冕重联事件、太阳风和地球磁场中离子回旋动力学 Alfvén 波的动力学激发机制。动力学 Alfvén 也由于其伴随平行电场而得到了广泛的研究 [Chai and Li, 2009; Wu, 2005; Wu and Fang, 2007; Wu et al., 1996a]。

2.2 混杂模拟

本章主要利用混杂模拟来研究磁场重联中的低频波动。混杂模式是粒子模拟和 MHD 模拟的综合，在混杂模拟中将离子看做粒子，而将电子看做是无质量的流体。由于电子是无质量的，电子会时刻紧随离子一起运动，因而不会发生电荷分离。所以混杂模拟程序无需解泊松方程，电场 \mathbf{E} 的值可直接由电子的运动方程给出。另外由于混杂模拟中无静电相互作用，无电磁辐射，所以混杂模拟不用满足光波的 Courant 条件 ($dt = dl/v$)，这使其时间步长可远远大于粒子模拟 (PIC) 中的时间步长。另外相比于 MHD 模拟，混杂模拟可用来研究离子的

动力学效应。

混杂模拟的空间尺度为离子回旋半径或离子惯性尺度，时间尺度为离子回旋周期。其时间精度可以用来研究离子动力学过程，空间跨度可以与 MHD 的模拟尺度相媲美。在空间等离子体中，这种时间尺度为几秒，空间尺度在几十到几百公里之间，都远大于卫星的分辨率，可以很好的被观测到。

由于混杂模拟将电子看做是流体，因此电子的动力学过程不能在混杂模拟中得到很好的体现。但是在研究大尺度范围内的离子效应，如研究日地系统耦合或行星中粒子逃逸等问题时，混杂模拟就是最好的选择。在关于磁场重联的模拟中，粒子模拟由于受计算机能力限制，其研究尺度一般集中在扩散区范围内。混杂模拟尺度一般可以取几十或几百个离子惯性尺度 d_i ，因而可以研究大尺度电流片结构。

本节主要介绍混杂模拟的基本公式和算法实现，关于更详细的内容见 [Winske et al., 2003]。下面首先在 2.2.1 小节介绍混杂模拟的基本公式和假设，然后在 2.2.2 小节介绍具体的算法实现。

2.2.1 基本公式和假设

在混杂模拟中，对离子的处理方法完全同粒子模拟 (Particle In Cell, PIC) 一致。各个离子（质量 m_i ，电荷 q_i ）的运动方程为：

$$\frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \mathbf{v}_i \quad (2.24)$$

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = q_i (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) \quad (2.25)$$

这里电场 \mathbf{E} 和磁场 \mathbf{B} 只有各网格点处的值。需插值计算出粒子所在位置处的电磁场后再代入粒子运动方程，计算粒子下一时刻的位置和速度。然后由新的粒子信息确定出该粒子周围网格点处的粒子数密度 n_i 、电荷密度 $q_i n_i$ 、流体速度 u_i 和电流密度 $\mathbf{J}_i = q_i n_i u_i$ 。

混杂模拟中，电子是无质量的，这就允许电子在极短时间内响应离子的运动，从而不会有电荷分离发生，使等离子体时时满足电中性。即

$$q_i n_i = e n_e \quad (2.26)$$

用上方程可代替 Passion 方程，因而在混杂模拟中无需解 Passion 方程。

混杂模拟不考虑电子的动力学效应，将电子按无质量的流体处理 ($m_e = 0$)。电子的 MHD 动量方程为

$$n_e m_e \frac{d\mathbf{u}_e}{dt} = q_e n_e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e = 0 \quad (2.27)$$

其中 \mathbf{u}_e 是电子的流体速度， p_e 是电子压强，电子电荷 $q_e = -e$ 。由于电子是无质量的，电子的运动方程直接反应等离子体内的电场，而不会有时间延迟。故可直接通过解电子的运动方程(2.27)得到电场。(2.27)式中的 \mathbf{u}_e 由 Ampere 定理给出

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} \\ &= \mu_0 q_i n_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \end{aligned} \quad (2.28)$$

由于混杂模拟研究接近于离子频率的低频情况，因此可将上式中的位移电流项忽略。将上式代入(2.27)解出电场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\mathbf{u}_e \times \mathbf{B} - \frac{\nabla p_e}{en_e} \\ &= \frac{1}{q_i n_i} \left(-\mathbf{J}_i \times \mathbf{B} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla p_e \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

其中 $\mathbf{J}_i = q_i n_i \mathbf{u}_i$ 是离子的电流密度。磁场的演化由 Faraday 定理确定：

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2.30)$$

若考虑反常电阻 (anomalous resistivity) 效应，则需在电子运动方程(2.27)右边加上电阻项 $\eta \mathbf{J}$ ，此时电场表达式变为

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{1}{q_i n_i} \left(-\mathbf{J}_i \times \mathbf{B} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla p_e + \eta \mathbf{J} \right) \\ &= \frac{1}{q_i n_i} \left(-\mathbf{J}_i \times \mathbf{B} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla p_e + \eta \nabla \times \mathbf{B} \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

为了保证动量守恒，离子运动方程(2.25)右边要减去电阻项 $\eta \mathbf{J}$ ，即

$$\begin{aligned} m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} &= q_i(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) - \eta \mathbf{J} \\ &= q_i(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) - \eta q_i n_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \end{aligned} \quad (2.32)$$

离子的运动方程(2.24)和(2.32)以及电磁场计算方程(2.30)和(2.31)组成了混杂模拟程序的最基本公式。

关于 Maxwell 方程组的其他两个方程

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_c}{\varepsilon_0} \quad (2.33)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.34)$$

由于电子是无质量的，保证了等离子体时刻满足电中性，即 $\rho_c = q_i n_i - e n_e \equiv 0$ 。由此可知

$$\frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\partial \rho_c}{\partial t} = \frac{\partial 0}{\partial t} = 0 \quad (2.35)$$

同样的，对磁场表达式(2.30)取散度有

$$\frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = 0 \quad (2.36)$$

因此只要初始条件满足 Maxwell 方程(2.33)和(2.34)，则在以后的整个演化过程中它们也都始终满足。

2.2.2 算法实现

混杂模拟的大部分算法实现都是简单明了的，不过其中计算电场的部分会相对较为复杂。由于混杂模拟不采用 Ampere 定理来计算 $\partial \mathbf{E} / \partial t$ ，而是直接用下一时刻的电子运动方程来计算下一时刻的电场，这会使得算法处理变得复杂，这一点会在下面的具体算法实现中体现。

在给定的网格中，离子的动力学运动是采用 PIC 的处理方式：将网格点上的场值内推到粒子位置处，得到该粒子的速度，并将粒子移动到下一位置；根据粒子位置，将粒子的电荷和速度分配到附近的网格上，得到网格点上的电荷密度和电流密度。在计算粒子位置和速度随时间的演化时，常采用蛙跳格式。

即：已知第 N 个时间步（用上标表示）的粒子位置 \mathbf{x}_i^N 、电场 \mathbf{E}^N 和磁场 \mathbf{B}^N ，以及半个时间步 $N - 1/2$ 上的粒子速度 $\mathbf{v}_i^{N-1/2}$ 。用 \mathbf{E}^N 和 \mathbf{B}^N 计算出第 N 步的加速度，从而得到第 $N + 1/2$ 步的粒子速度和第 $N + 1$ 步的粒子位置：

$$\mathbf{v}_i^{N+1/2} = \mathbf{v}_i^{N-1/2} + \frac{q_i}{m_i} (\mathbf{E}^N + \mathbf{v}_i^N \times \mathbf{B}^N) \Delta t \quad (2.37)$$

$$\mathbf{x}_i^{N+1} = \mathbf{x}_i^N + \mathbf{v}_i^{N+1/2} \Delta t \quad (2.38)$$

其中 $\mathbf{v}_i^{N+1/2}$ 采用隐格式计算，即 $\mathbf{v}_i^N = (\mathbf{v}_i^{N-1/2} + \mathbf{v}_i^{N+1/2})/2$ 。收集粒子的信息得到 $\mathbf{J}_i^{N+1/2}$ 和 n_i^{N+1} 。

大多数混杂模拟程序中场的计算，在时间上多采用显格式计算。根据 Faraday 定理(2.30)，用第 N 步的电场 \mathbf{E}^N 和磁场 \mathbf{B}^N 计算第 $N + 1/2$ 步的磁场

$$\mathbf{B}^{N+1/2} = \mathbf{B}^N - \frac{\Delta t}{2} \nabla \times \mathbf{E}^N \quad (2.39)$$

根据电子的动量方程(2.31)，用第 $N + 1/2$ 步的电荷密度 $n_i^{N+1/2}$ 、电流密度 $\mathbf{J}_i^{N+1/2}$ 和磁场 $\mathbf{B}^{N+1/2}$ 计算该时刻的电场

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{N+1/2} = & \frac{1}{q_i n_i^{N+1/2}} (-\mathbf{J}_i^{N+1/2} \times \mathbf{B}^{N+1/2} - \nabla p_e^{N+1/2} \\ & + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}^{N+1/2}) \times \mathbf{B}^{N+1/2} + \eta \nabla \times \mathbf{B}^{N+1/2}) \end{aligned} \quad (2.40)$$

式中 $n_i^{N+1/2}$ 可通过统计粒子在第 $N + 1/2$ 步时的位置来获得，也可直接求平均：

$$n_i^{N+1/2} = \frac{n_i^N + n_i^{N+1}}{2} \quad (2.41)$$

用新的电场值 $\mathbf{E}^{N+1/2}$ ，将磁场值由第 $N + 1/2$ 步推进到第 $N + 1$ 步

$$\mathbf{B}^{N+1} = \mathbf{B}^{N+1/2} - \frac{\Delta t}{2} \nabla \times \mathbf{E}^{N+1/2} \quad (2.42)$$

而计算第 $N + 1$ 步电场 \mathbf{E}^{N+1} ，却较为复杂。由(2.40)式可以看出 $\mathbf{E} = f(n_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{B})$ ，即

$$\mathbf{E}^{N+1} = f(n_i^{N+1}, \mathbf{u}_i^{N+1}, \mathbf{B}^{N+1}) \quad (2.43)$$

其中粒子密度 n_i^{N+1} 和磁场 \mathbf{B}^{N+1} 已由(2.38)和(2.42)算出。但是第 $N + 1$ 步的粒

子流速 \mathbf{u}_i^{N+1} 仍是未知的，这使得 \mathbf{E}^{N+1} 无法直接算出。一个混杂模拟程序算法的好坏，归结于是否有一个好的算法来计算 \mathbf{E}^{N+1} 。现已发展出很多算法，来解决这一问题。这些算法中广泛使用的主要有两类。

第一类是外推法，从已知的 $\mathbf{u}_i^{N+1/2}$ 和 $\mathbf{u}_i^{N-1/2}$ 以及 $\mathbf{u}_i^{N-3/2}$ 来推测出 \mathbf{u}_i^{N+1} 。再利用已经算出的 n_i^{N+1} 和 \mathbf{B}^{N+1} ，算出 \mathbf{E}^{N+1} ，程序进入下一循环。这种方法简单而且实用，已被应用于很多问题。常用离子速度外推法 [Thomas et al., 1990]

$$\mathbf{u}_i^{N+1} = \frac{3}{2}\mathbf{u}_i^{N+1/2} + \frac{1}{2}\mathbf{u}_i^{N-1/2} \quad (2.44)$$

或采用更精确的四阶 Bashford-Adams 外推法 [Fujimoto, 1991]

$$\mathbf{u}_i^{N+1} = 2\mathbf{u}_i^{N+1/2} - \frac{3}{2}\mathbf{u}_i^{N-1/2} + \frac{1}{2}\mathbf{u}_i^{N-3/2} \quad (2.45)$$

第二类是预估法，预估出下一时刻的电场值 $\tilde{\mathbf{E}}^{N+1}$ ，用这个预估值算出 $\tilde{n}_i^{N+3/2}$ 和 $\tilde{\mathbf{u}}_i^{N+3/2}$ 。然后算出 $\tilde{\mathbf{E}}^{N+3/2}$ ，同已知的 $\mathbf{E}^{N+1/2}$ 求平均，得到 \mathbf{E}^{N+1} 。程序进入下一个循环。用公式表示这一过程：

(1) 预估电场值

$$\tilde{\mathbf{E}}^{N+1} = -\mathbf{E}^N + 2\mathbf{E}^{N+1/2} \quad (2.46)$$

(2) 用预估电场计算 $N + 3/2$ 步的粒子参数和磁场

$$\tilde{\mathbf{B}}^{N+1} = \mathbf{B}^{N+1/2} - \frac{c\Delta t}{2}\tilde{\mathbf{E}}^{N+1} \quad (2.47)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_i^{N+3/2} = \mathbf{u}_i^{N+1/2} - \frac{q_i\Delta t}{m_i}(\tilde{\mathbf{E}}^{N+1} + \tilde{\mathbf{u}}_i^{N+1} \times \tilde{\mathbf{B}}^{N+1}) \quad (2.48)$$

$$\tilde{n}_i^{N+2} = n_i^{N+1} + \Delta t \tilde{\mathbf{u}}_i^{N+3/2} \quad (2.49)$$

$$\tilde{n}_i^{N+3/2} = \frac{1}{2}(n_i^{N+1} + \tilde{n}_i^{N+2}) \quad (2.50)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}^{N+3/2} = \tilde{\mathbf{B}}^{N+1} - \frac{c\Delta t}{2}\tilde{\mathbf{E}}^{N+1} \quad (2.51)$$

其中 $\tilde{\mathbf{u}}_i^{N+1} = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_i^{N+1/2} + \tilde{\mathbf{u}}_i^{N+3/2})$ 。

(3) 计算 $N + \frac{3}{2}$ 步的电场

$$\tilde{\mathbf{E}}^{N+3/2} = \frac{1}{q_i \tilde{n}_i^{N+3/2}} (-\tilde{\mathbf{u}}_i^{N+3/2} \times \tilde{\mathbf{B}}^{N+3/2} - \nabla p^{N+3/2} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \tilde{\mathbf{B}}^{N+3/2}) \times \tilde{\mathbf{B}}^{N+3/2}) \quad (2.52)$$

(4) 计算 $N + 1$ 步的电场

$$\mathbf{E}^{N+1} = \frac{1}{2} (\mathbf{E}^{N+1/2} + \tilde{\mathbf{E}}^{N+3/2}) \quad (2.53)$$

除了这两类算法，还有其他很多种算法。如用混合的时间步计算电场 [Matthews, 1994]:

$$\mathbf{E}^* = f(\mathbf{u}_i^{N+1/2}, n_i^{N+1}, \mathbf{B}^{N+1}) \quad (2.54)$$

$$\mathbf{u}_i^{N+1} = \mathbf{u}_i^{N+1/2} + \frac{\Delta t}{2} \frac{q_i}{m_i} (\mathbf{E}^* + \mathbf{u}_i^{N+1/2} \times \mathbf{B}^{N+1}) \quad (2.55)$$

以及一些用循环算法解电场和磁场方程 [Horowitz et al., 1989] 等。

2.3 重联模拟过程

本章采用混杂模拟程序，研究了重联达到准稳态后波动的空间分布。并利用快速傅里叶（FFT）和最小差分法（MAM）分析了不同重联区域，波动的频谱和传播特性分布。本节还研究了重联产生的大尺度湍动对四极场 B_y 的分布影响。

2.3.1 程序说明

本章使用了 Lin and Swift [1996] 发展的混杂模拟程序，研究重联中低频波动特性。该程序采用二维三分量形式，位置在 (x, z) 空间，场和速度在 (x, y, z) 方向都有分量。触发磁场重联，需要有耗散效应，比如电阻。因此本程序采用考虑了反常电阻的电子和离子运动方程(2.31)和(2.32)。对这两个方程进行归一化，有：

$$\mathbf{E} = -\mathbf{J}_i \times \mathbf{B} + \frac{1}{\alpha n} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla p_e + \eta \nabla \times \mathbf{B} \quad (2.56)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B} - \eta (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \quad (2.57)$$

归一化单位见表 2.1。

表 2.1 混杂程序所使用的归一化单位

物理量	单位	数值
磁场	B_0	背景磁场
粒子数密度	n_0	背景粒子数密度
长度	$l_0 = \lambda_i = c/\omega_{pi}$	离子惯性长度
时间	$t_0 = \Omega_i^{-1}$	离子回旋周期
速度	$v_0 = l_0/t_0 = \lambda_i\Omega_i = v_A$	背景 Alfvén 速度
温度	T_0	背景温度

对 Ampere 定理(2.28)进行归一化, 有:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{B} &= n(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \frac{\mu_0 e v_0 l_0}{B_0} = (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \frac{v_0 l_0 m_i}{e B_0} \frac{n e^2}{m_i \epsilon_0 c^2} \\ &= (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) v_0 l_0 t_0 \frac{\omega_{pi}^2}{c^2} = (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \left(\frac{l_0}{\lambda_i}\right)^2\end{aligned}\quad (2.58)$$

令 $\lambda_i = l_0/\sqrt{\alpha n}$, 则上式可写为方便计算的形式:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \alpha n (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \quad (2.59)$$

由长度单位 $l_0 = 1$ 得到 $\alpha = \mu_0 e^2 / m_i$ 。 α 是一个电荷耦合常数。在模拟中参数 $\sqrt{\alpha n}$ 控制整个模拟尺度, 如离子惯性长度为 $\lambda_i = 1/\sqrt{\alpha n}$, Alfvén 速度为 $v_A = B/\sqrt{\alpha n}$ 。

由于本章中主要关注的是磁场重联后产生的波动, 而不是重联的触发过程。因此直接在研究区域中心点 $(x, z) = (0, 0)$ 处加入一反常电阻, 来触发重联。电阻以碰撞频率的形式引进:

$$\eta = \eta_0 e^{-(x^2+z^2)/\delta^2} \quad (2.60)$$

其中 η_0 为碰撞频率, δ 为 Harris 电流片的半宽度。

以 Harris 电流片平衡态作为程序初始状态。即: 在 $t = 0$ 时的磁场和密度可以表示为:

$$\begin{aligned}B_x(x, z) &= B_{x0} \tanh(z/\delta) \\ B_y(x, z) &= B_{y0}\end{aligned}\quad (2.61)$$

$$n(x, z) = n_0 \left[1 + \frac{1}{\beta_0} \left(1 - \frac{B_{x0}^2}{B_0^2} \tanh^2(z/\delta) - \frac{B_{y0}^2}{B_0^2} \right) \right] \quad (2.62)$$

其中等离子体参数为热压与磁压之比，即 $\beta_0 = p_{th0}/p_{m0} = n_0 T_0 / (B_0^2 / \mu_0)$ 。另外假设初始状态温度在整个模拟区域都为 T_0 。

在上下边界 $z = \pm L_z$ 处磁场满足 $B_z = 0$ ，在左右边界 $x = \pm L_x$ 处用外推法使磁场的散度和旋度都为 0。本章采用的参数：电流片半宽度为 $\delta = 0.75$ ，碰撞频率 $\eta_0 = 2\Omega_{i0}$ ，背景粒子数密度 $n_0 = 150$ ， $\alpha = 2/75$ ， $B_{x0} = 2$ ，无引导场 $B_{y0} = 0$ ，等离子体参数 $\beta_0 = 0.04$ 。

本章中使用的程序采用预估更正的方法计算磁场。并且在一个粒子时间步内，采用多次亚循环来更新磁场值。这样做可以在满足哨声波 Courant 条件的前提下节省大量计算机运算时间。一般混杂程序运算中，粒子的计算时间远远大于场的计算时间，可以达到 100 倍。因此用亚循环更新场的这种算法节省了大量的运算时间。

2.3.2 重联过程

首先给出重联过程中四个不同时刻的磁力线图 2.9。由磁力线的变化过程，可以看出磁场重联的大致演化过程。由图 2.9 可以看出，在初始时刻 $t = 1\Omega_i^{-1}$ ，电流片上下分布有大小相同、方向反平行（由初始条件(2.61)知方向相反）的磁场，而在电流片附近磁场趋于 0。在电流片附近没有交叉的磁力线，说明此时还未发生明显重联。在 $t = 100\Omega_i^{-1}$ 时，电流片中心磁力线呈 X 形，即上下两侧的两根不同的磁力线相连在了一起，说明重联已经发生。在 $t = 200\Omega_i^{-1}$ 时，相连的磁力线越来越多，电流片中心的 X 形磁力线扩张到左右两边界。 $t = 300\Omega_i^{-1}$ 与 $t = 200\Omega_i^{-1}$ 时刻的磁力线图基本相同，说明此时整个重联区域磁场位形基本保持不变，重联已经达到饱和。

磁力线图只能用来研究磁场位形的变化，因而给出整个重联过程中各种能量的演化图，见图 2.10。通过分析各种能量随时间的变化，可以了解重联过程中磁场和粒子之间的能量交换。在磁力线演化图 2.9 中，两条方向相反的磁力线在相互靠近时，磁力线不断变软，并最终断开。这一点在能量上体现为，在能量演化图 2.10 中磁能 E_B 的不断减少。而当断开的磁力线与另一根磁力线重新相连后，磁力线想伸直的趋势会带动出流区等离子体向左右两边界移动，这个

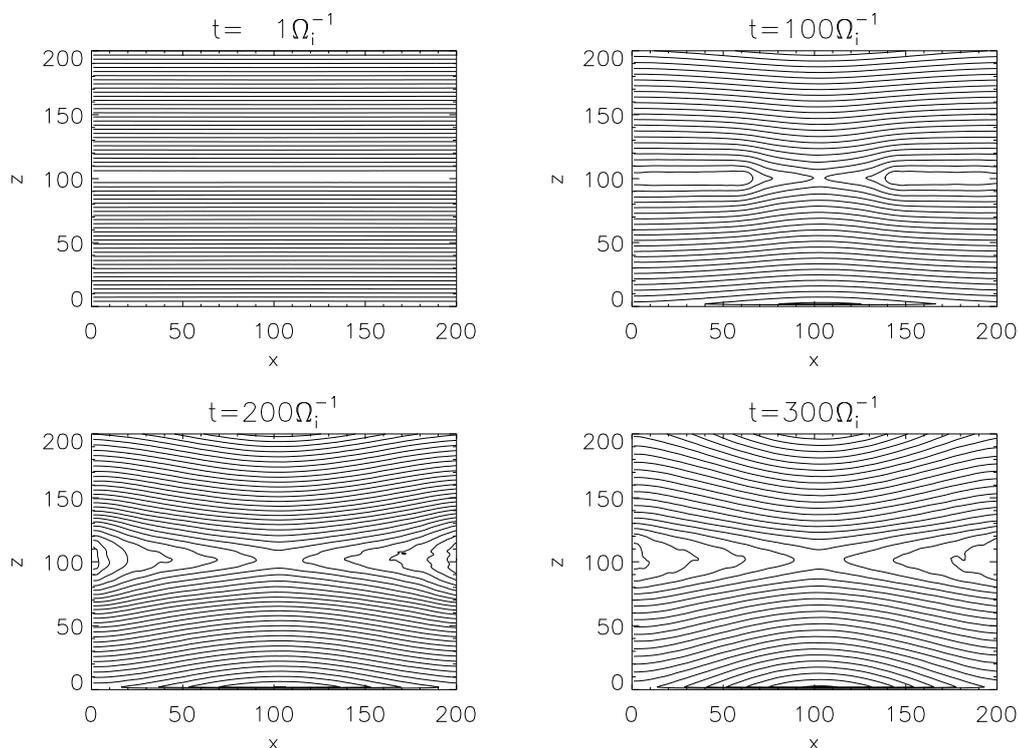


图 2.9 磁力线演化过程

过程中等离子体会被加速。在能量图中可以看出等离子体的动能 E_p 在不断增加。整个重联过程中，磁能 E_B 不断减少的同时粒子动能 E_p 不断增加，因而可以说，重联过程是一个磁能向粒子动能转化的过程。

图 2.10 中 $E_{T0} + E_{in}$ 不断线性增加，其中 E_{T0} 为初始时刻的总能量， E_{in} 为从上下边界 $x = \pm L_x$ 进入模拟区域的能量。这一点说明：由于重联的持续发生，入流区的等离子体会缓慢向重联点移动，因而在上下边界处不断有等离子体携带能量进入模拟区域。重联过程大量粒子被加速，这些被加速的粒子形成快速束流，向左右边界移动。快速束流与背景等离子体作用，在束流顶端堆积形成密度鼓包。当密度鼓包移出左右边界时，模拟区域流失大量等离子体，使系统等离子体动能 E_p 在 $t = 180 \sim 200\Omega_i^{-1}$ 之间有一突然下降。从左右边界 $z = \pm L_z$ 流出的能量 E_{out} 在同一时刻有一突然增加。之后各能量变化趋向线性。说明当鼓包完全移出模拟区域后，整个重联过程变成准静态过程，此后系统总能量 $E_T = E_{T0} + E_{in} - E_{out}$ 趋向于一常数。

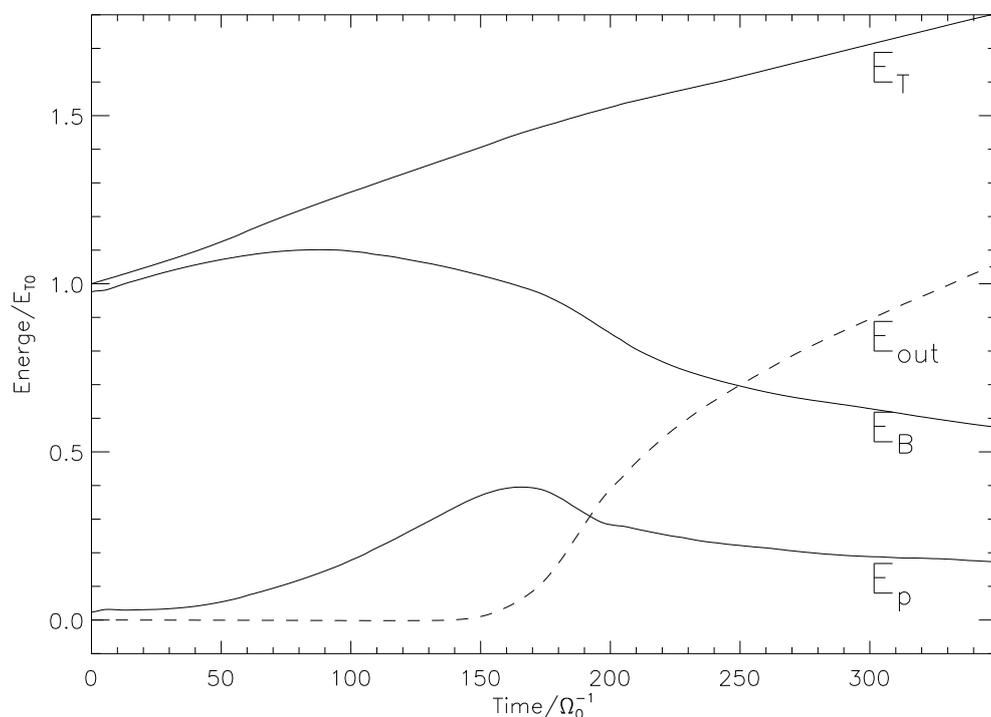


图 2.10 重联过程能量随时间变化图 [Chai et al., 2012]

从时间上看，重联在 $t = 0\Omega_{i0}^{-1}$ 时刻启动，开始加速粒子。在 $t = 50\Omega_{i0}^{-1}$ 附近达到饱和，之后也是持续发生，大量被加速的高速粒子与背景粒子作用堆积产生密度鼓包。该鼓包在 $t = 180 \sim 200\Omega_{i0}^{-1}$ 移出左右边界。最后系统在 $t = 200\Omega_{i0}^{-1}$ 后达到准稳态状态。

在重联初期，被加速的高速粒子与背景粒子相互作用，会引发各种不稳定性，产生大量波模。同时还可能伴随各种波粒相互作用和波波相互作用。这个过程波动是杂乱无章和非线性的。在重联达到准稳态后，波动呈现一定的规律性。因而选择 $t = 300 \sim 350\Omega_{i0}^{-1}$ 时间段数据，来分析研究重联达到稳态后的波动特性。

2.3.3 准稳态重联电磁场

图 2.11 给出了重联达到准稳态后的电磁场。与 Hall 重联示意图 2.5 对比，可以看出模拟的重联电磁场分布基本符合 Hall 重联结构。由图可以看出 B_y 的分

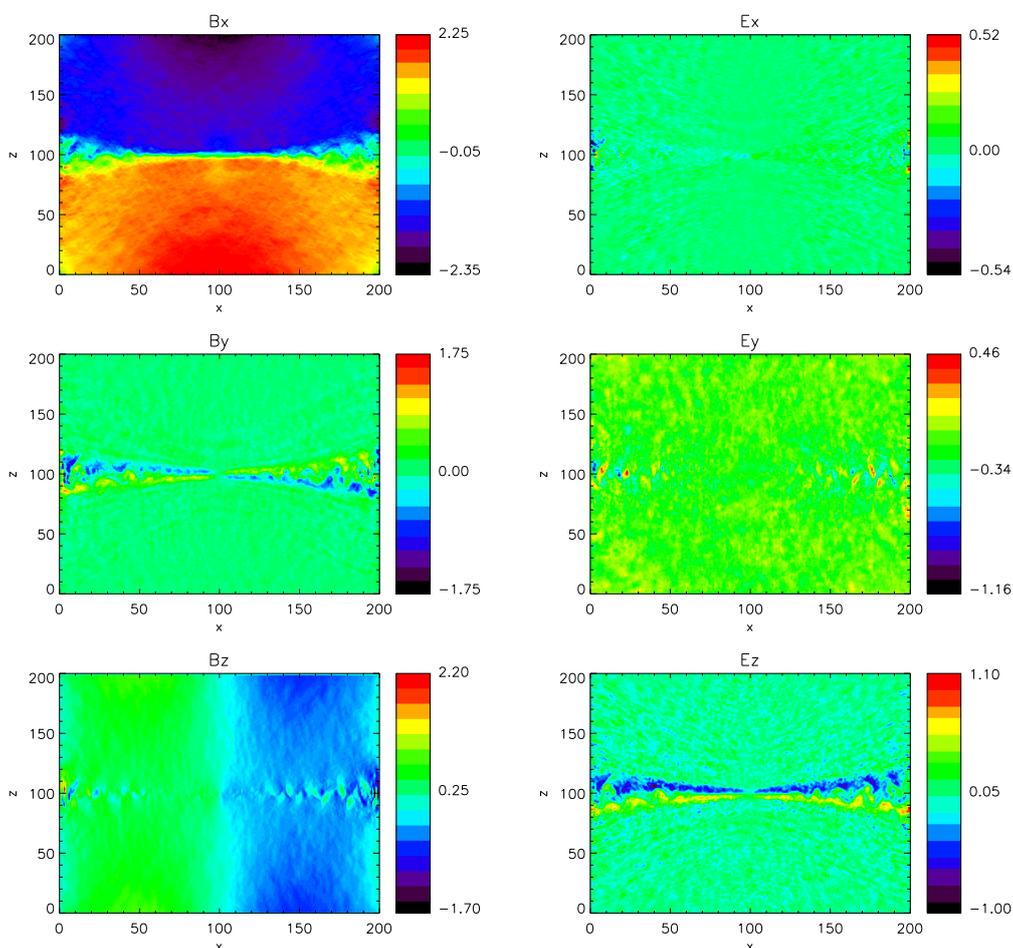


图 2.11 在 $300\Omega_0^{-1}$ 时刻的磁场 B 和电场 E

布呈典型的 Hall 四极结构，另外也可以看出在重联出流区有大尺度的湍动。这一特征与波动能量的空间分布图 2.21 基本一致。

2.4 重联各区域波动特征

本节主要通过波动的功率谱、传播方向和旋转特性来探讨重联各区域的波动特征。因为重联各区域等离子体速度不同，很难通过坐标系转换来消除多普勒效应，因此采用跟随等离子体运动的坐标系（随体坐标）来研究波动频谱分布。同时由于采用各网格尺度内的平均速度来代替等离子体运动速度，因此随体坐标是跟随小块等离子体运动，而不是严格紧随粒子一起振荡，即在此随体

坐标中仍可以研究波动变化。

本节首先在2.4.1小节中介绍随体坐标系的确定和电磁场时间序列的采集方法，然后给出通过快速傅里叶分析得到的重联各区域等离子体波动的频谱分布。2.4.2小节介绍用最小方差分析计算波动传播方向的方法，并给出重联各区域波动传播方向与 x 轴夹角的分布图。2.4.3小节用最小方差分析法研究波动旋转特性。最后在2.4.4小节通过对比研究重联出流区、分界线和入流区内三个代表点上的波动特性，给出重联各区域波动特性的不同。

2.4.1 波动频谱

为了研究重联各区域的波动频谱特征，并消去多普勒频移效应，在随体坐标系中对垂直于重联面的磁场分量 B_y 进行了快速傅里叶分析。

首先取模拟区域中一网格点，由该格点附近四个点上的磁场分量 B_y 插值得到该点处等离子体感受到的磁场值 $B_y(t = 1)$ ，同时由附近四个点上的流体速度 V_x 和 V_z 插值得到该点处等离子体的速度，并算出下一时刻的等离子体位置，从而可采集该等离子体在下一时刻感受到的磁场分量 $B_y(t = 2)$ 。依次循环，采集该等离子体在 $300 \sim 341\Omega_{p0}^{-1}$ 时刻之间感受到的磁场分量 $B_y(t = 1, 2, \dots, 4096)$ 。对这 4096 个时间序列点进行快速傅里叶分析，可得到在该等离子体中传播的波动频谱特征。从重联各个区域选取不同的起始位置，对这些点上的波动进行频谱分析。

图 2.12 为初始位置在出流区的等离子体中波动的功率谱，图 2.13 和图 2.14 分别为分界线附近和入流区波动的功率谱。由图 2.12 可以看出，在出流区波动振频率以低频为主。除了边界附近，其他点的波动频率都基本在 $0 \sim 0.3\Omega_p$ 。与图 2.13 对比，可以看出出流区波动振幅很大，分界线附近波动振幅较小，频率向高频移动。需要指出由于在靠近边界 $x = 5$ 处，出流区和分界线附近等离子体是高速向边界移动的，因而在移动坐标系下只能采集很短时间内的磁场值，这使得在频谱图中频率分辨率降低。由图 2.12 可以看出，在入流区波动振幅更小，频率向 $1\Omega_p$ 靠近，波动能量主峰常常高于 $0.5\Omega_p$ 。

由以上结论可以看出磁场重联中低频波动频率主要分布在 $0 \sim 1\Omega_p$ 。其中出流区主要以低频 $0 \sim 0.3\Omega_p$ 、大振幅的湍动为主，而在入流区则以频率相对较高的较小振幅波动为主。

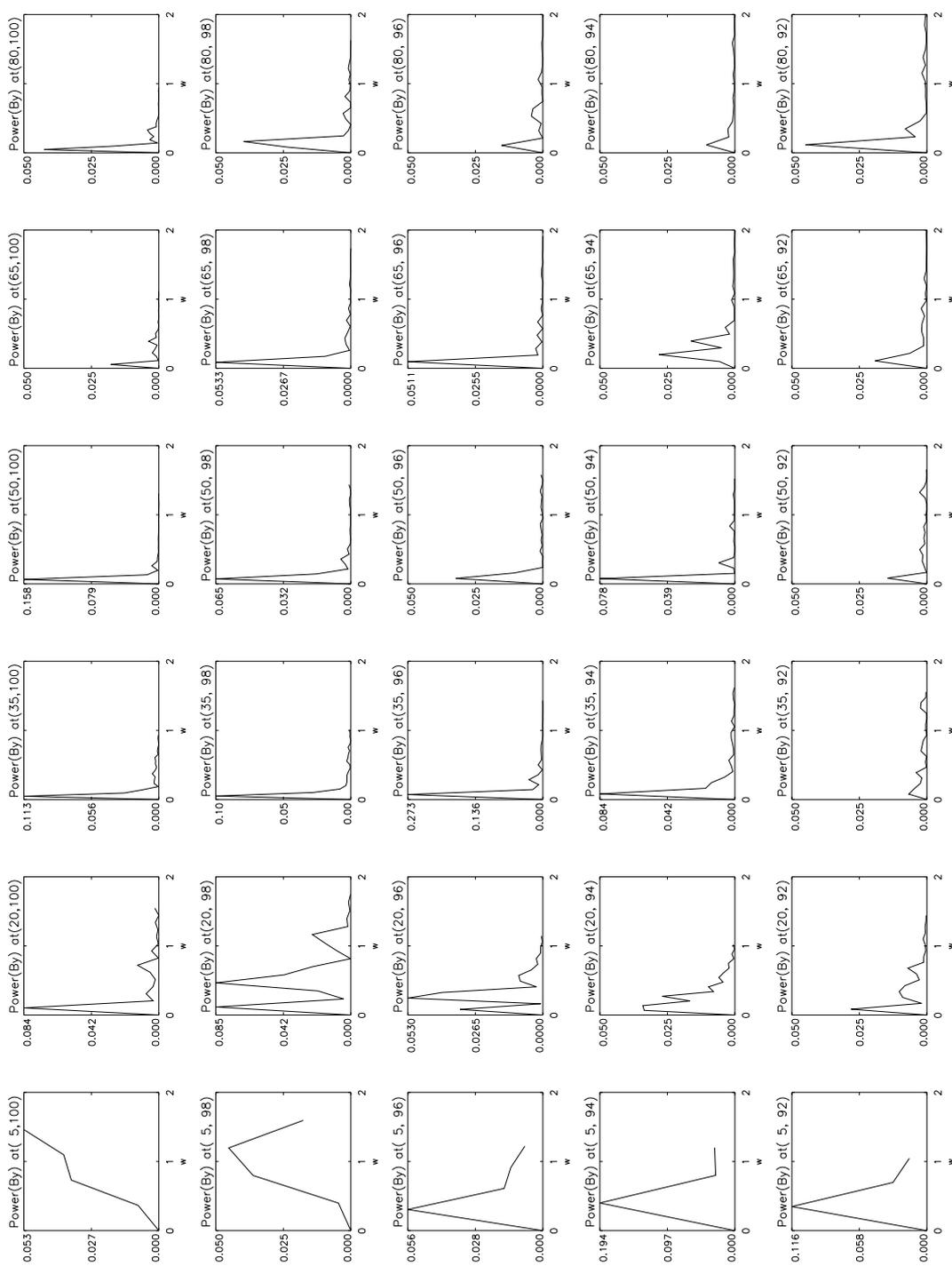


图 2.12 出流区波动的功率谱

纵轴为能量；横轴为频率，单位是当地的平均离子回旋频率 Ω_p ；各小图标题是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z) ，小图在整张图中位置基本对应坐标点在模拟区域中的位置

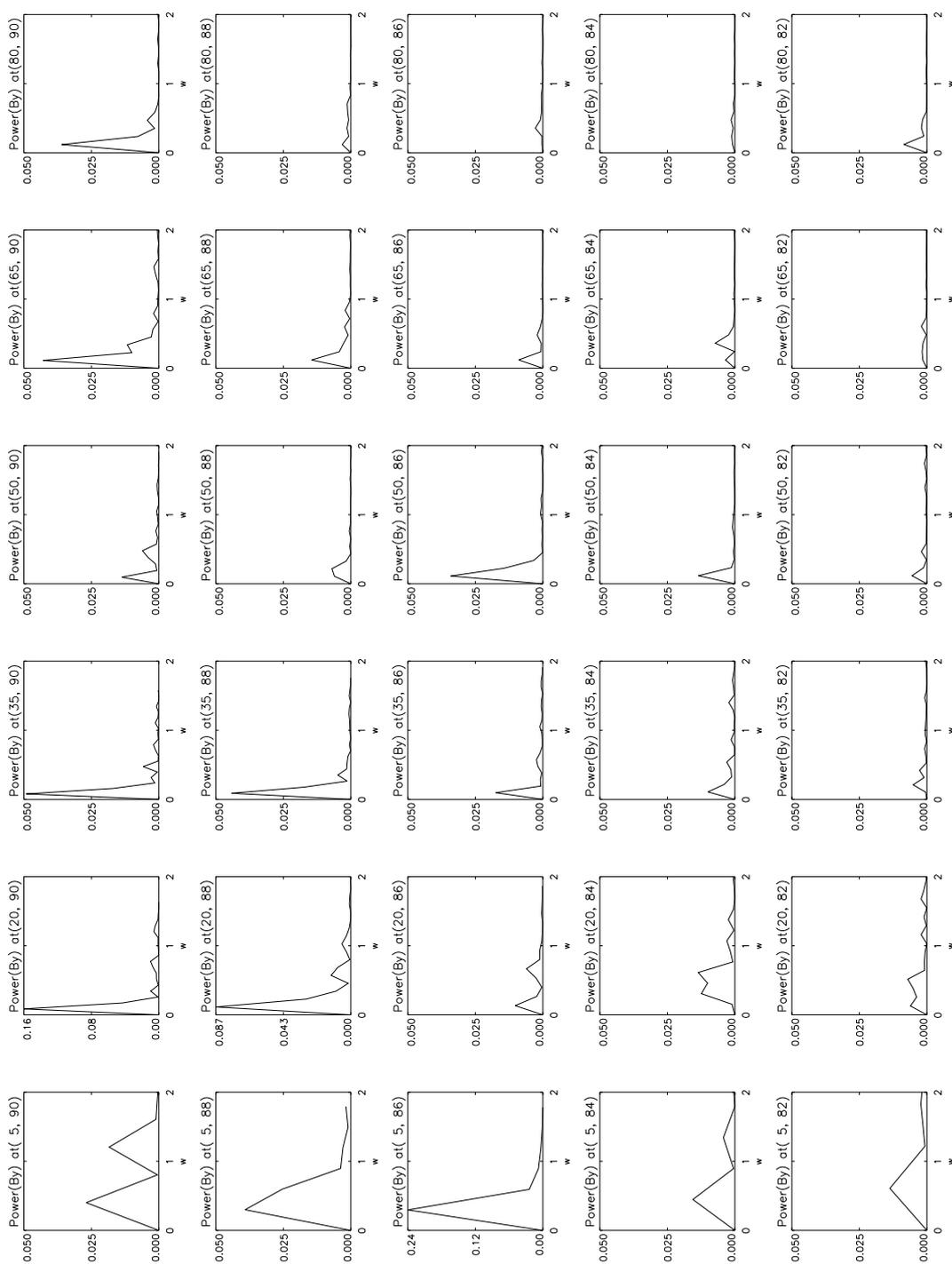


图 2.13 分界线附近波动的功率谱

纵轴为能量；横轴为频率，单位是当地的平均离子回旋频率 Ω_p ；各小图标题是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z) ，小图在整张图中位置基本对应坐标点在模拟区域中的位置

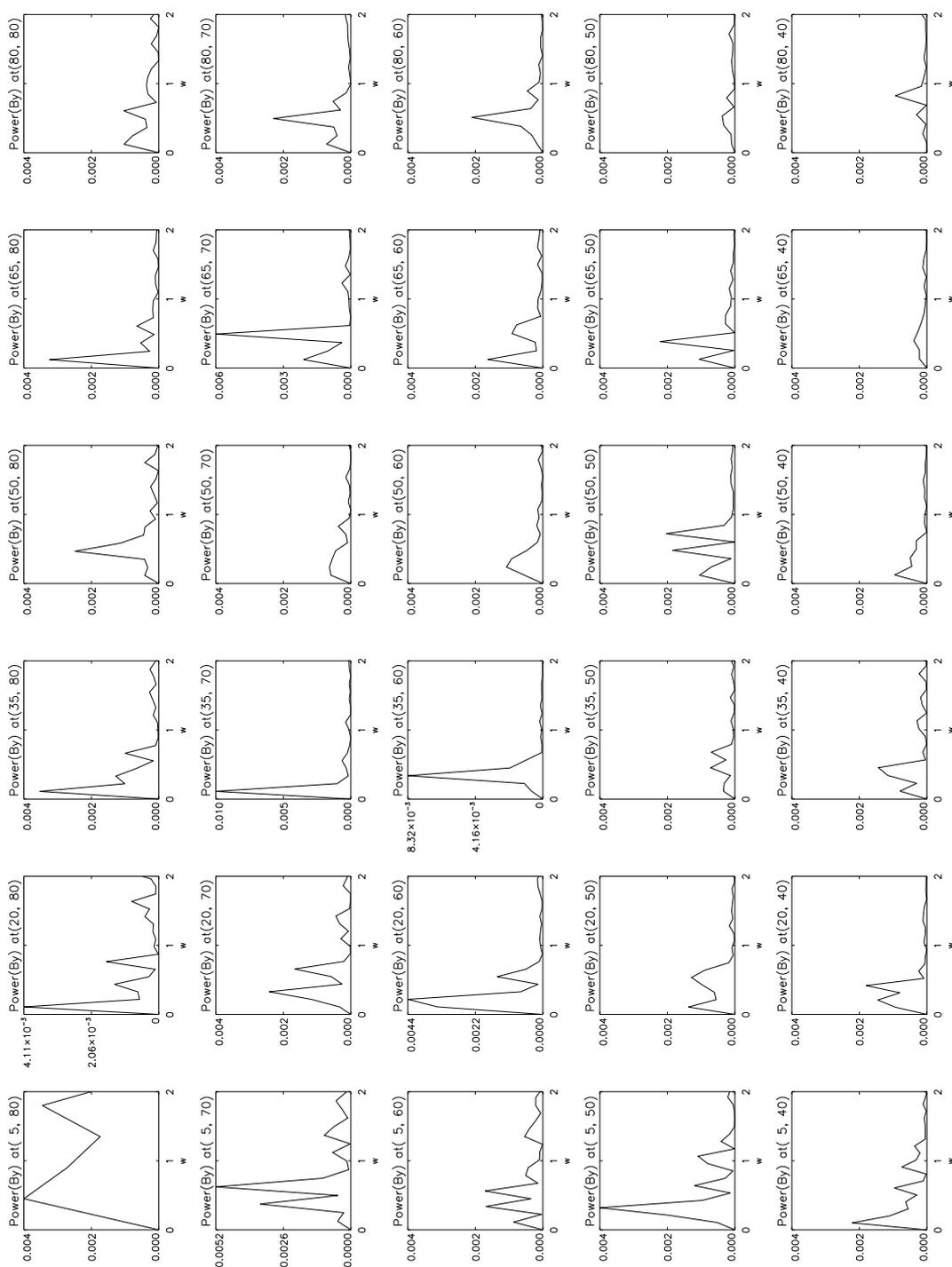


图 2.14 入流区波动的功率谱

纵轴为能量；横轴为频率，单位是当地的平均离子回旋频率 Ω_p ；各小图标题是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z) ，小图在整张图中位置基本对应坐标点在模拟区域中的位置

2.4.2 传播方向

为了研究波动的传播方向和旋转特征，在随体坐标系中，采用了最小方差分析法 (Minimum Variance Analysis, MVA)[Echer et al., 2006] 对电场 \mathbf{E} 的时间序列进行了分析。

最小方差分析法实际上等同于坐标系转换。在新坐标系中的法向 \mathbf{n} 指向数据变化最小的方向。即各点 $\mathbf{E}^i \cdot \mathbf{n}$ 相对于平均值 $\langle \mathbf{E} \rangle \cdot \mathbf{n}$ 的标准方差 σ 为最小值。

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{E}^i \cdot \mathbf{n} - \langle \mathbf{E} \rangle \cdot \mathbf{n})^2 \quad (2.63)$$

其中场的平均值定义为 $\langle \mathbf{E} \rangle = 1/N \sum_{i=1}^N \mathbf{E}^i$ 。求最小方差在数学上等同于求协方差矩阵 $M_{\alpha\beta}$ 的最小特征值：

$$M_{\alpha\beta} = \langle E_\alpha E_\beta \rangle - \langle E_\alpha \rangle \langle E_\beta \rangle \quad (2.64)$$

其中 $\alpha, \beta \in x, y, z$ 。这里给出协方差矩阵 $M_{\alpha\beta}$ 的具体计算公式

$$M_{\alpha\beta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_\alpha^i E_\beta^i) - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N E_\alpha^i \right) \left(\sum_{i=1}^N E_\beta^i \right) \quad (2.65)$$

求出 $M_{\alpha\beta}$ 的特征值 λ 和特征矢量 \mathbf{e} 。其中最大特征值 λ_1 对应的特征矢量 \mathbf{e}_1 的方向为数据变化最大的方向，最小特征值 λ_3 对应的特征矢量 \mathbf{e}_3 的方向是数据变化最小的方向，也就是(2.63)中定义的法向 \mathbf{n} 方向。

由于横波波动的扰动量主要在垂直于传播方向 \mathbf{k} 的平面内，因而扰动电磁场的时间序列在 \mathbf{k} 方向有最小变化量。即通过最小方差分析法对电磁场时间序列进行分析，可以得到波动的传播方向 \mathbf{k} 。

在用最小分析法研究电磁场时，发现该方法对背景场较敏感。对背景磁场 $\langle \mathbf{B} \rangle = 1/N \sum_{i=1}^N \mathbf{B}^i$ 中 N 的选取方法不同，结果就会有很大不同，而且结果杂乱无章。后来发现，对电场 \mathbf{E} 减去其平均值后进行分析，其结果对 N 的取值不会很敏感，且较稳定和有规律。因此选择对电场 \mathbf{E} 进行最小方差分析，其中取 $N = 7$ 。

在随体坐标系中，对 $350 \sim 360\Omega_{p0}^{-1}$ 时刻之间 \mathbf{E} 的 1024 个时间序列点，进

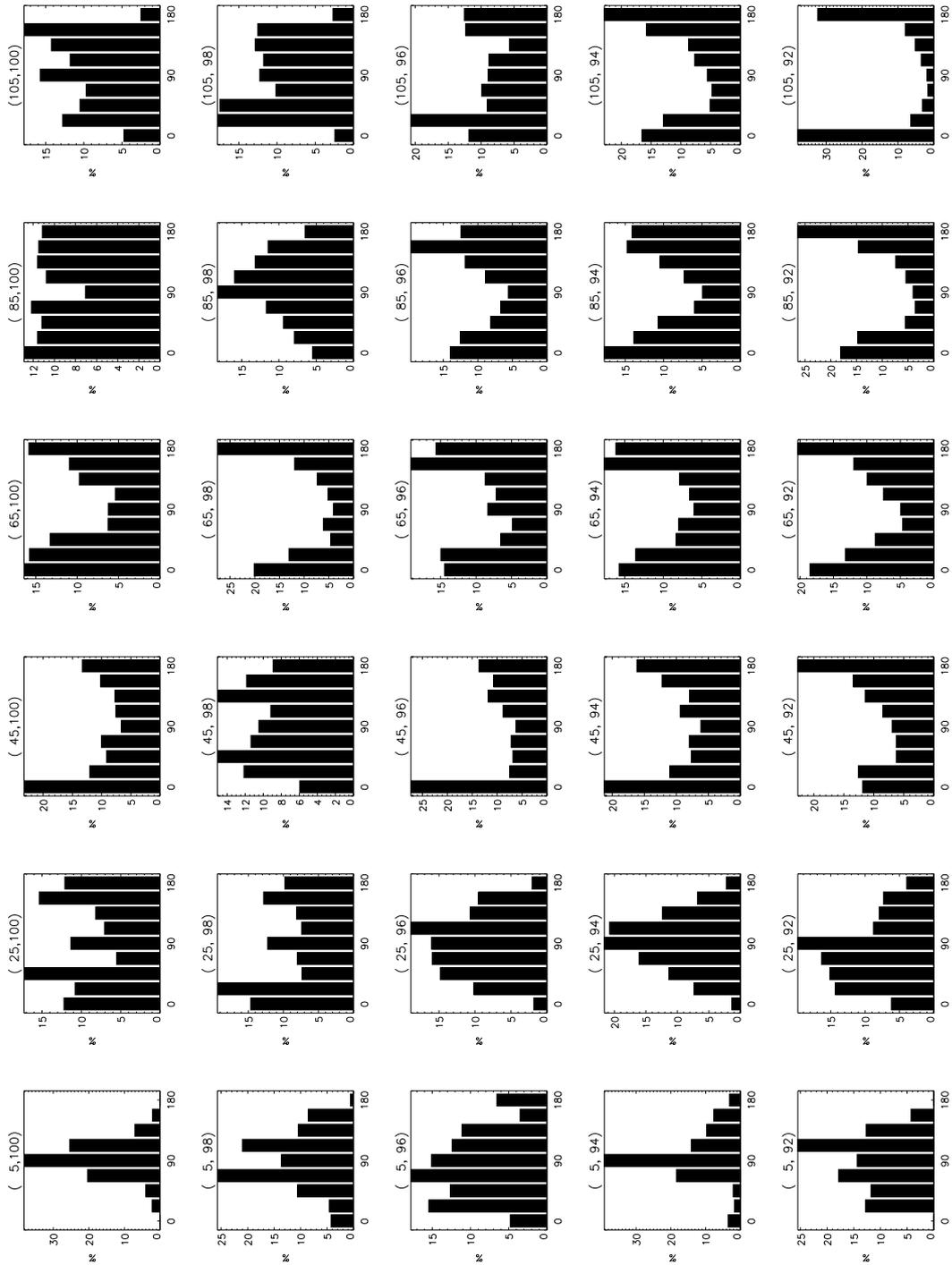


图 2.15 出流区波动的传播方向与 x 轴夹角分布
各小图标题是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z)

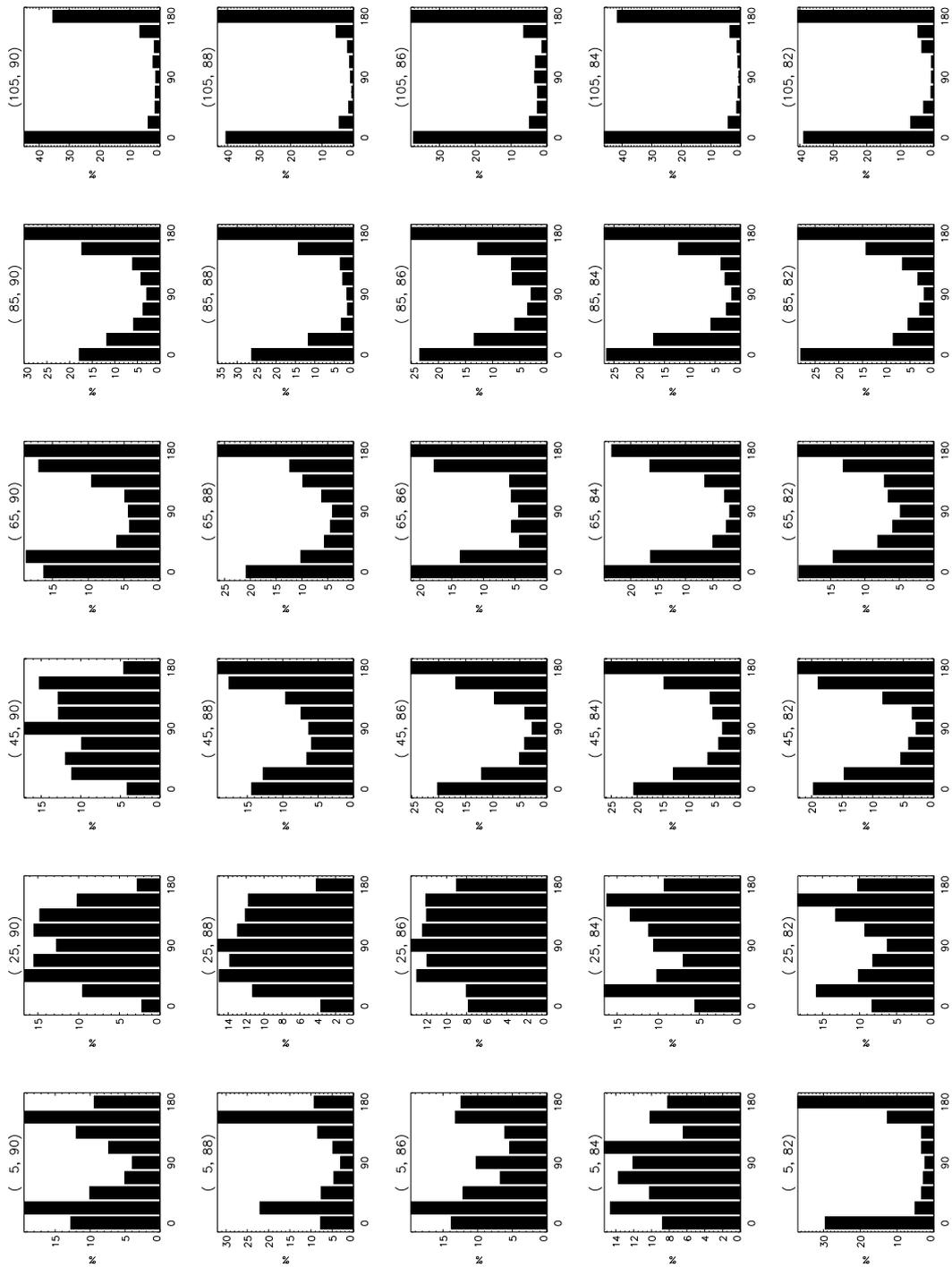


图 2.16 分界线附近波动的传播方向与 x 轴夹角分布
各小图标是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z)

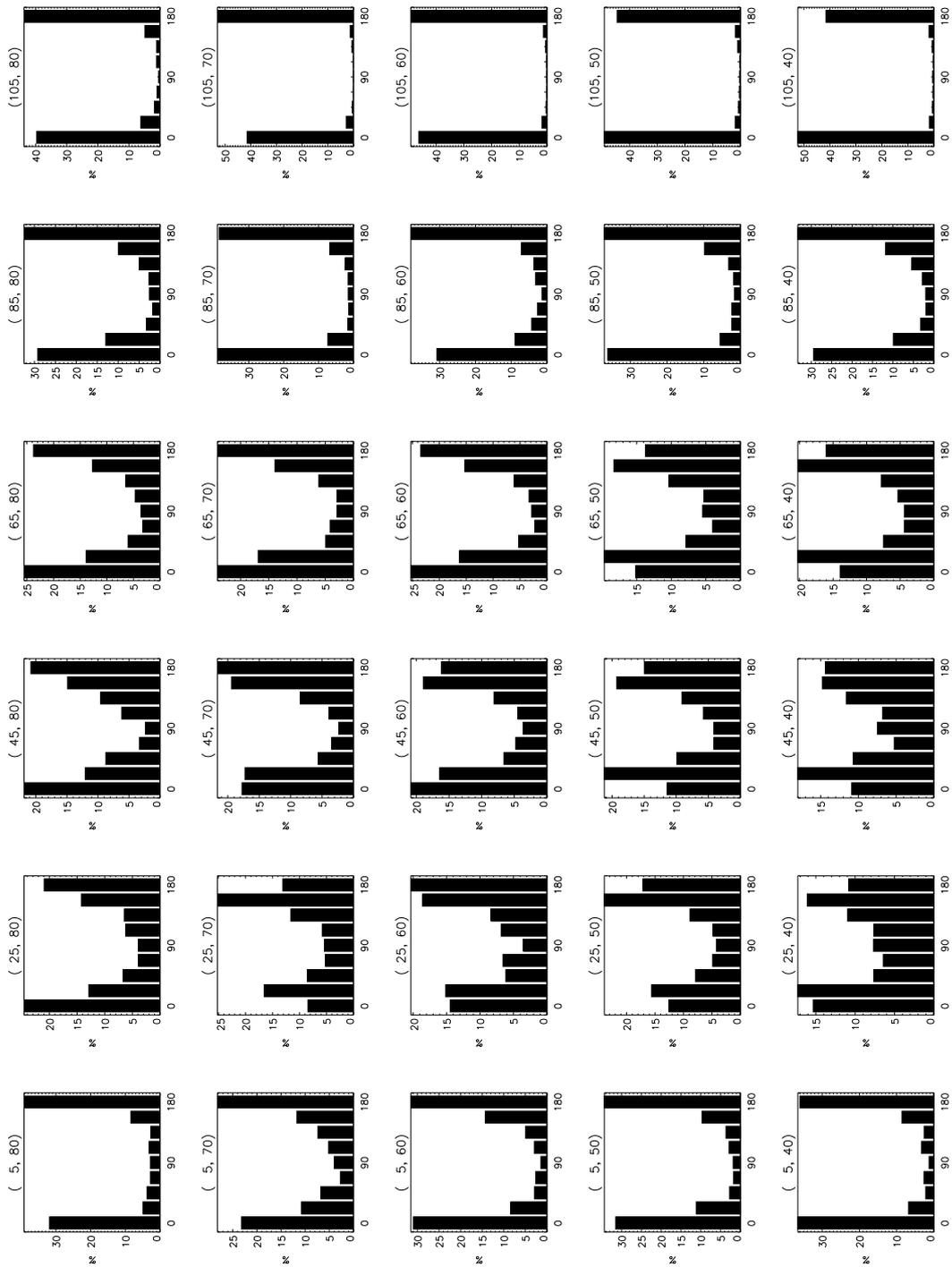


图 2.17 入流区波动的传播方向与 x 轴夹角分布
各小图标题是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z)

行最小方差分析。由于入流区的背景磁场方向沿 x 轴方向，在出流区的重联磁场较弱，总体是准垂直于 x 轴的。因而可以用波动传播方向 \mathbf{k} 与 x 轴的夹角分布来研究 \mathbf{k} 与背景磁场 \mathbf{B}_0 的夹角。图 2.15 为初始位置在出流区的等离子体中波动传播方向 \mathbf{k} 与 x 轴夹角的统计分布图，图 2.16 和图 2.17 分别为分界线附近和入流区的统计结果。

由图 2.15 可以看出，出流区波动的传播方向分布较平均，近似各项同性，说明出流区波动以杂乱的湍动为主。接近于电流片的地区 ($z = 98, 100$ 的两行图)，角度分布基本是平均的，说明在电流片上的波动较杂乱、无统一的传播方向。在 z 方向远离电流片的点、在 x 方向接近重联点的地区 (右下部分的图)，波动传播方向与 x 轴平行的分布略多于垂直分布。在该地区磁场也是斜向与 x 轴的，说明该地区的波动中还是平行于磁场传播的波动较多。另外在 $x = 5, 25$ 的左侧两列图中，波动传播方向与 x 轴垂直的分布多于平行的分布。在远离重联点的出流区重联磁场是垂直于 x 轴的，说明该地区波动中也是平行传播的波动较多。总体而言出流区波动传播方向近似各向同性，同时伴随有少量沿磁场方向传播的波模。

从图 2.16 中可以很明显的看到出流区和入流区波动传播方向的不同。接近于出流区的区域中 (左上角的图)，波动近似各向同性。而在右下角的部分，即接近于入流区的地区，平行传播的波动明显占主导地位。

由图 2.17 可以看出在入流区波动基本都是平行于磁场方向传播。其中在中间列 $x = 25 \sim 65$ 的图中，传播方向 \mathbf{k} 与 x 轴夹角分布最多的是在 $20^\circ \sim 40^\circ$ ，而左右两侧的图中 $x = 5, 85, 105$ ，传播方向与 x 轴夹角大多分布在 $0^\circ \sim 20^\circ$ 。分析认为：由于重联整体是 X 形的，在重联对称轴 $x = 100$ 附近无重联磁场产生，磁场与 x 轴严格平行；在远离对称轴的区域 $x = 0 \sim 100$ ，磁场应该与 x 轴有一角度。但是由于模拟程序中边界条件的影响，使在靠近边界地区 $x = 0 \sim 5$ 的磁场平行于 x 轴。从图中看出波动传播方向 \mathbf{k} 与 x 轴的夹角分布，恰好反应了各个地区磁场 \mathbf{B} 方向与 x 轴的夹角分布。

2.4.3 偏振特性

根据上节介绍过的最小方差分析法，可求出在某一时刻附近电场 \mathbf{E} 时间序列协方差矩阵 $M_{\alpha\beta}$ 的三个特征方向 $(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j, \mathbf{e}_k)$ ，设其中 \mathbf{e}_k 为最小特征值对应个

特征矢量，即 \mathbf{e}_k 为该时刻波的传播方向。假定在很短的时间内波动传播方向基本不变，则在这一时间段内 \mathbf{E} 在垂直于 \mathbf{e}_k 平面内投影的矢端曲线就表示了波动的旋转特性。

在随体坐标系中采集 $t = 350\Omega_{p0}^{-1}$ 时刻前后各 100 个时间序列点，其时间持续大约为 $200dt = 2\Omega_{p0}^{-1}$ 。计算这一时间段内各重联区域电场 \mathbf{E} 在 $(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$ 方向的投影 $(\mathbf{E}_i, \mathbf{E}_j)$ ，用其矢端曲线来研究波动的偏振特性。图 2.18 表示了出流区等离子体波动的旋转特性。图 2.19 和图 2.20 分别为分界线附近和入流区的旋转特性。

由图 2.18 看出在出流区波动总体上有一微弱的左旋特性，但中间夹杂着大量的反转或无明显旋转特性的复杂结构。分析原因可能为出流区以大尺度湍动为主，原本旋转特性就不统一。另外由于出流区和分界面的速度及速度剪切非常大，给移动坐标系的确定带来误差，从而给旋转特性的观测也带来误差。其中图中最左侧一列 $x = 5$ ，即靠近边界的出流区，由于等离子体会很快移出了模拟区域，造成在跟随等离子体的坐标系中只采集到很少的点。无法给出一个完整的旋转图像。

在图 2.19 中可以明显看到，在接近出流区的左上部分旋转较杂乱，而在接近入流区的右下部分左旋趋势变的清晰。在图 2.20 可以看出入流区波动的旋转较规律，都为左旋。需要指出的是，由于采用插值方法来确定下一时刻移动坐标系位置和电场，这种误差可能造成很多波动的旋转不在同一个圆上。

总体来说，重联各区域的波动都以左旋为主。其中入流区旋转方向较明显，但在出流区和分界面附近很多旋转方向杂乱无章。由以上结论可判断重联的低频波动在入流区主要由左旋分支上的回旋波动组成，而在出流区以无明显旋转特性的湍动为主，同时也伴随一些左旋波。

2.4.4 重联各区域波动

为了对波动的空间分布特征有直观的了解，计算重联各区域波动的能量分布。首先定义波动能量为：在某一时间段内扰动磁场的能量平均值，即

$$E_{wave} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{B} - \langle \mathbf{B} \rangle)^2 dt \quad (2.66)$$

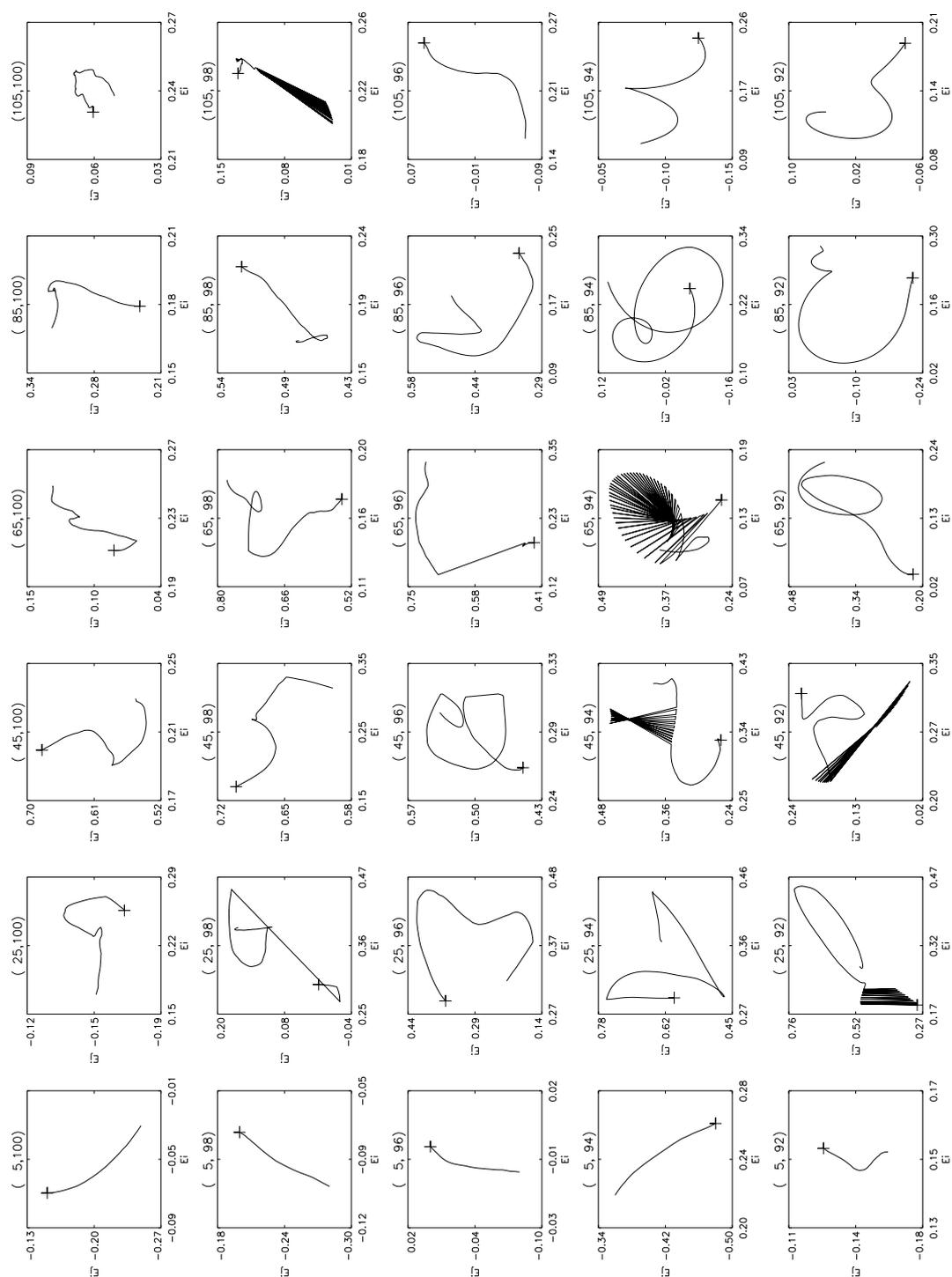


图 2.18 出流区波动的旋转特性电场 \mathbf{E} 在 $(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$ 方向的投影 (E_i, E_j) 的矢端曲线, + 为起点; 小图标题是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z)

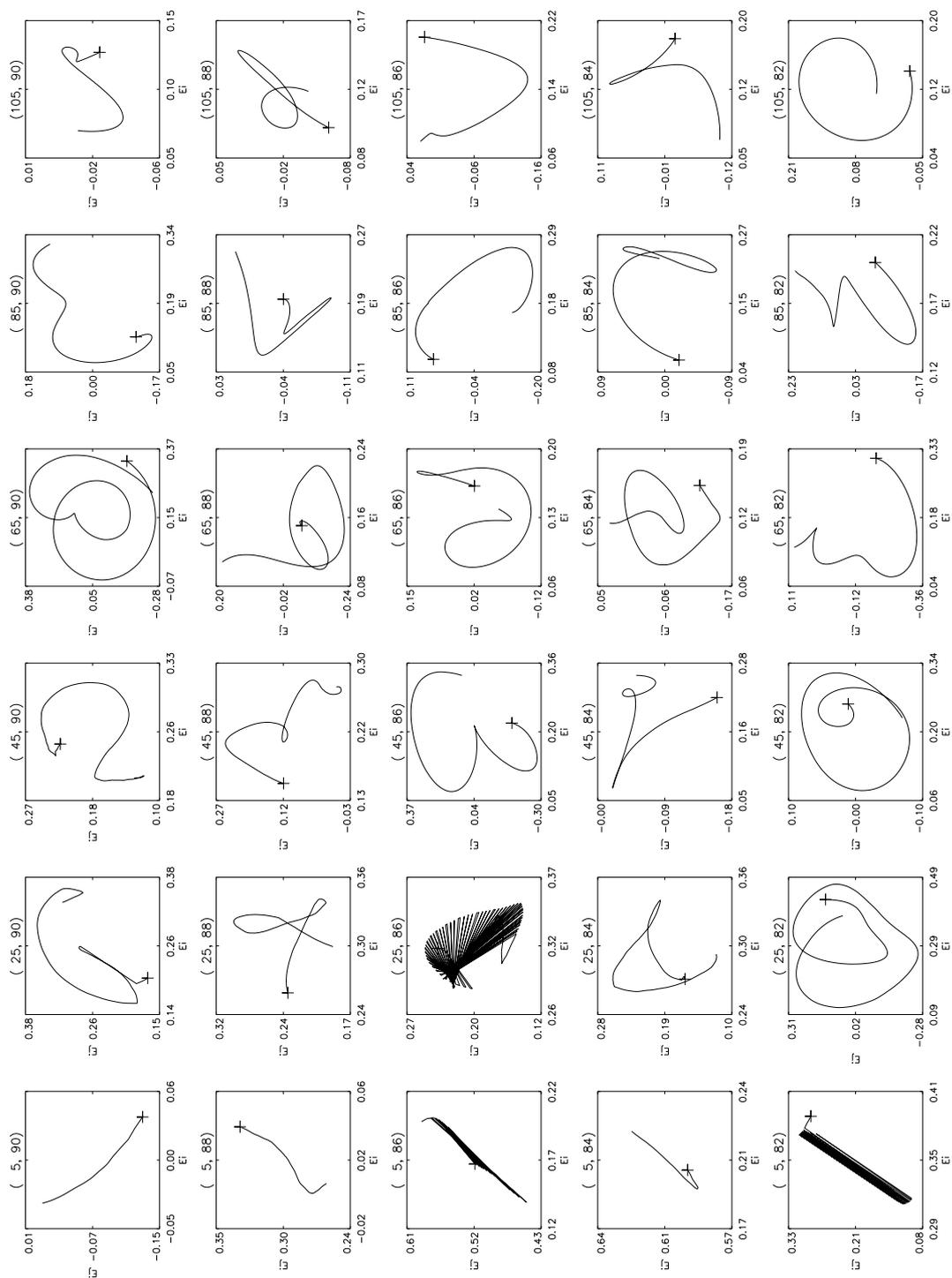


图 2.19 分界线附近波动的旋转特性
 \mathbf{E} 在 $(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$ 方向的投影 $(\mathbf{E}_i, \mathbf{E}_j)$ 的矢端曲线, + 为起点;
 小图标题是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z)

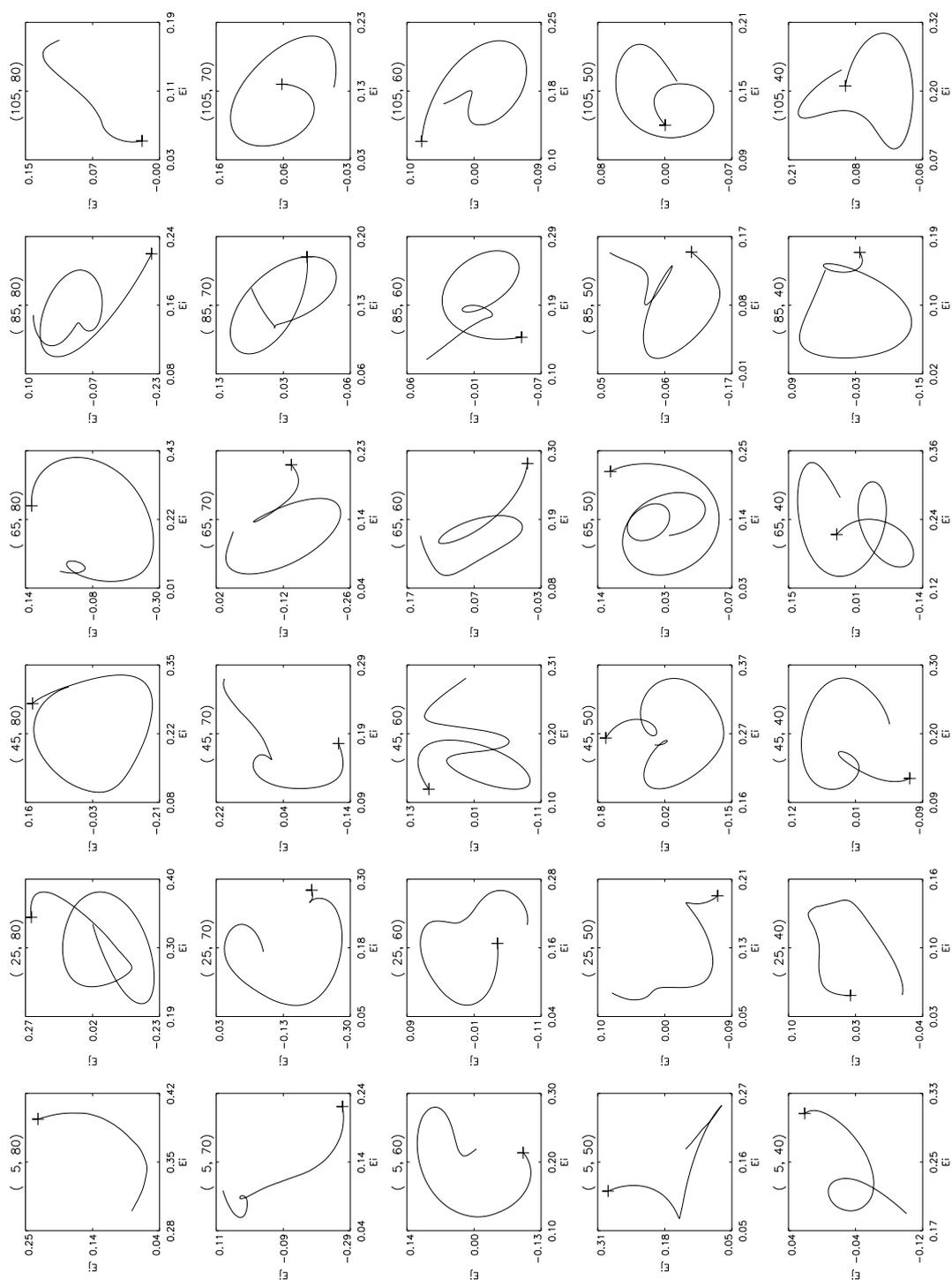


图 2.20 入流区波动的旋转特性
 \mathbf{E} 在 $(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$ 方向的投影 $(\mathbf{E}_i, \mathbf{E}_j)$ 的矢端曲线, + 为起点;
 小图标题是该图所研究等离子体的初始位置 (x, z)

上式中 $t_1 = 300\Omega_{i0}^{-1}$, $t_2 = 350\Omega_{i0}^{-1}$, 用这段时间内的平均磁场 $\langle \mathbf{B} \rangle$ 代替了本底磁场。由于在入流区和出流区等离子体速度差别很大, 为了排除这一干扰, 上式中未选用动能, 而只是用磁能来表征波动能量。计算重联各区域点上的磁场扰动能量, 从而得到波动能量的空间分布。图 2.21 是研究区域右半面的波动能量分布图, 其中黑色线条为磁力线。

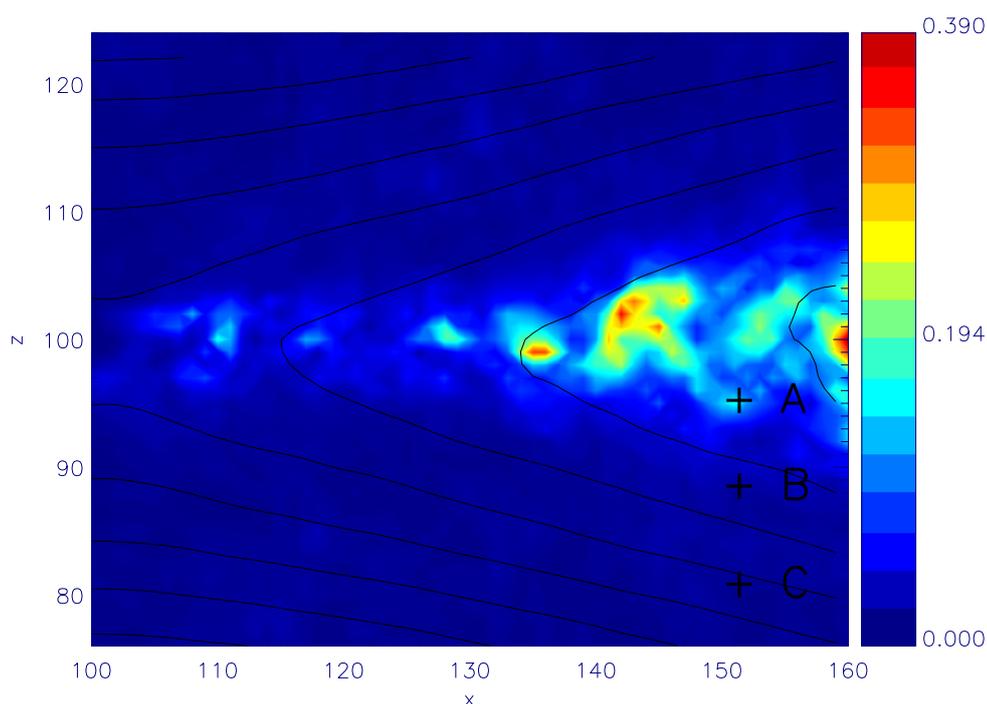


图 2.21 波动总能量空间分布 [Chai et al., 2012]

由图 2.21 可以看出磁场重联中的波动能量主要集中在出流区。说明出流区被重联加速的快速束流激发了很多波模。同时在出流区会形成尺度接近几个离子惯性尺度 $d_i = c/\omega_{pi}$ 的大尺度湍动。为了对比不同重联区域内的波动特征, 在重联三个特征区域各取一点分别进行研究。这三点的位置在图 2.21 中用 + 标出。由图知 A 点在出流区, B 点在分界面, C 点在入流区。以这三点为初始位置, 在跟随流体运动的坐标系中, 按前述方法分别分析波动的频谱分布、传播方向和旋转特性。并在图 2.22 中画出 A、B、C 三点的波动特性。

由图 2.22 看出: 出流区 A 点波动为低频波 $0 \sim 0.3\Omega_p$, 且振幅很大, 传播方

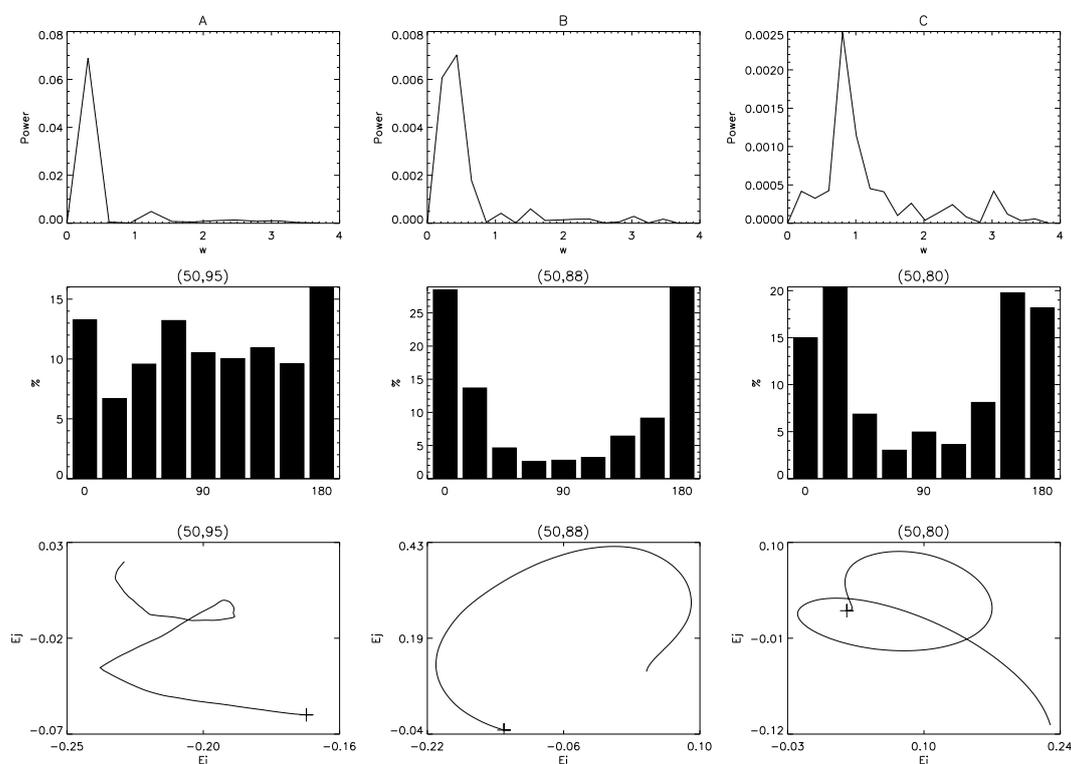


图 2.22 ABC 三点波动特性 [Chai et al., 2012]

- (a) 垂直磁场 B_y 的功率谱
 (b) 传播方向 \mathbf{k} 与 x 轴的夹角分布
 (c) 电场在垂直于 B_{x0} 平面的矢端曲线, + 号为起始点

向近似各向同性, 旋转大体呈左旋趋势, 可判断该区域主要以湍动为主, 伴随有 Alfvén 离子回旋波。分界面 B 点波动频率在 $0 \sim 1\Omega_p$, 振幅比出流区小一个量级, 波动左旋, 并基本沿着磁场传播。入流区 C 点的波动振幅很小, 频率相对出流区较高 $0.5 \sim 0.9\Omega_p$, 波动准平行于磁场方向传播, 旋转方向为左旋。由此判断在分界线附近和入流区以左旋 Alfvén 波和离子回旋波为主。

2.5 讨论和总结

本章用混杂模拟程序模拟研究了重联中的频率在离子回旋频率 Ω_p 附近的波动。关于这些波动, 也有大量的理论和观测研究。本节将结合一些观测来分析和讨论上节的研究结果。

2.5.1 重联产生的 Alfvén 离子回旋波

在出流区由于重联加速粒子产生的高速束流与背景粒子作用，引起电磁回旋 (EMIC) 不稳定性及各种剪切不稳定性等，从而产生大量 Alfvén 离子回旋波和其他各种形式的波模，引发湍动。大量大振幅的波动表明在该区域也存在大量的动力学波动。上节的研究结果也表明在重联出流区，波动的振幅很大，频率较低 $0 \sim 0.3\Omega_p$ ，传播方向近似各向同性，旋转总体呈左旋趋势，但有部分翻转和无明显旋转的情况出现。这些现象显示在出流区存在大量大尺度的湍动，并伴随有 Alfvén 离子回旋波。在分界线附近波动频率在 $0 \sim 1\Omega_p$ 之间。入流区波动频率向离子回旋频率 Ω_p 靠近，波动能量主峰频率常常高于 $0.5\Omega_p$ 。入流区和分界线附近，波动都基本平行于磁场传播，以左旋为主，这些现象显示入流区和分界线附近，波动以左旋 Alfvén 波和离子回旋波为主。

Nykyri et al. [2004] 关于 Cluster 在高纬极尖区磁场扰动观测的研究表明：波动能量在离子回旋频率 Ω_p 附近有明显峰值，而且这些波动常伴随可能由重联产生的快速束流出现。他们的观测结果与本章的模拟结果基本相符，说明重联加速的高速束流确实可能激发大量频率在离子回旋 Ω_p 附近的波动。另外 Bogdanov et al. [2003] 利用 CASSINI 观测，统计研究和分析了磁尾离子回旋波。他们发现波动事件频率在 $0.5\Omega_p$ 的分布最多，这也与本章在入流区和边界层附近的结果基本相符。

在本章的研究结果中，波动都是以左旋为主的。但是 Bogdanov et al. [2003] 对波动偏振特性分布的统计结果显示左旋和右旋事件基本相等。另外在地球磁尾 [Chaston et al., 1999] 和极尖区 [Nykyri et al., 2004]，都观测到了左右旋相当的波动。这与本章的模拟结果不同。不过 Hu and Denton [2009] 关于电磁离子回旋波 (EMIC) 的模拟研究指出产生的左旋电磁离子回旋波在传播过程中，会由于磁场不均匀性的影响，逐渐变为垂直于磁场传播的线性极化波动。这可以解释以上观测结果，同时也证明了本章模拟结果的正确性。Hu 等人也采用混杂模拟程序，产生了大量左旋的电磁离子回旋波。他们研究这些波动在长距离传播过程中的变化。而本章模拟产生的波动并没有远距离传播的机会，因此相当于在波动产生的当地进行了波动旋转特性观测分析。因而看到的波动都是刚产生的左旋离子回旋波。因此本章的模拟结果与 Hu 等人的模拟结果是一致的。

Whistler 波在本章的研究中很少出现（或者说很弱），可能是因为使用的混杂模拟程序，突出了离子动力学效应，主要适合处理离子惯性尺度和低频的物理过程。

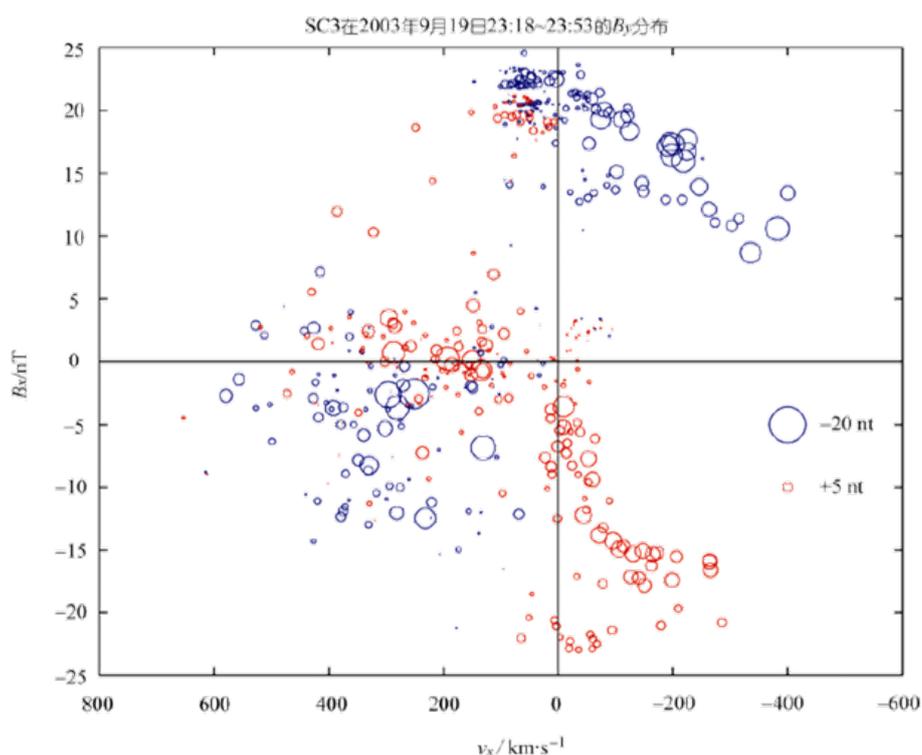


图 2.23 Hall 四极场分布 [Zhang et al., 2008]

2.5.2 大尺度湍动对四极结构的影响

磁场的四极结构分布是 Hall 重联的典型特征，也是鉴别 Hall 重联的依据。以往的观测研究也证实了 Hall 四极结构的存在 [Borg et al., 2005]。但同时也有很多四极场不符合 Hall 理论，Zhang et al. [2008] 指出很多研究者都回避了这一现象。他们研究了 Cluster 第 3 颗卫星 SC3 在 2003 年 9 月 19 号 23:10 ~ 24:00 之间的观测，指出有 37.3% 的观测点出现了反四极结构分布，见图 2.23。张等人采用离子充当载流子的理论来解释这些反四极结构现象。而在本章的研究中发现：重联产生的大尺度湍动也可引起 B_y 反四极结构的出现。由前文对波动特性的分析，以及 B_y 的等值线图 2.24 都可以看出重联出流区存在大量大尺度的湍

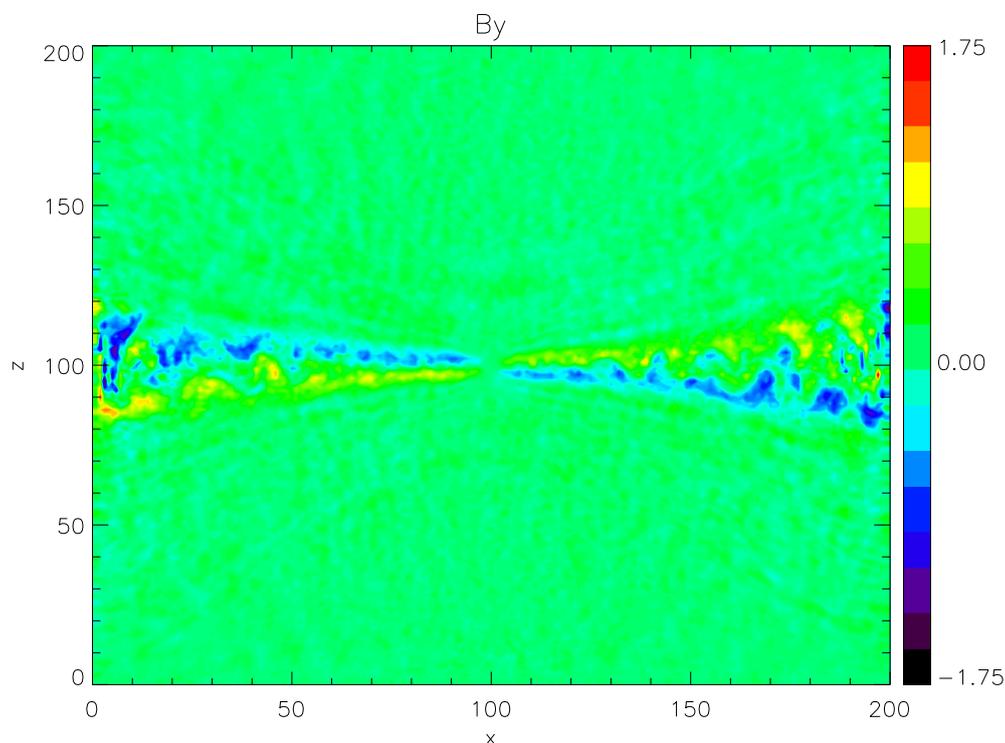


图 2.24 $t = 300\Omega_{p0}^{-1}$ 时刻的 B_y 分布图 [Chai et al., 2012]

动。这种湍动会对重联四极场 B_y 的分布产生影响，使其出现与 Hall 理论相反的四极结构。图 2.25 给出了中性线 $z = 100$ 及平行于中性线 $z = 103$ 和垂直于中性线 $x = 160$ 的三条轨迹上的 B_y 分布。

由图可以看出在三条轨迹上， B_y 都不是严格按重联四极结构分布，由于大尺度湍动的影响，出现了很多反四极结构的 B_y 分布。我对整个出流区 B_y 出现反四极结构的点进行了统计。首先根据 Hall 理论确定出 B_y 在四个象限的正负号，然后统计四个象限内 B_y 符合和不符合四极结构的点。

为避免小尺度波动对统计结果的影响，需选择一个合适的临界值 $\pm a$ 来作为判读 B_y 正负号的依据。由于需要研究的是大尺度湍动对四极结构的影响，因此统计全区域和只统计出流区，结果应是一致的。根据这一条件，取 $a = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$ ，然后分别统计全区域和出流区的点，发现只有 $a \geq 0.1$ 时统计结果一致。说明在取 $B_y > 0.1$ 和 $B_y < -0.1$ 作为正负号判断的依据时，小尺度波动的影响已被排除。此时反四极结构的点占总统计点的 16%。

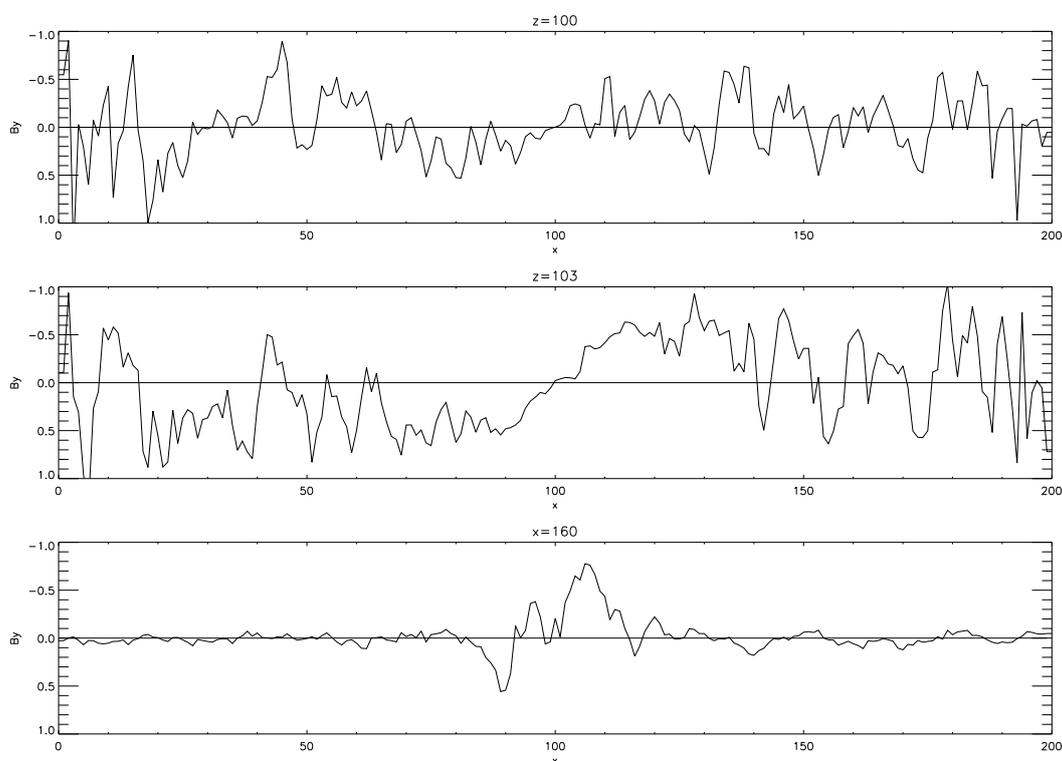


图 2.25 中性线与平行和垂直于中性线的三条轨迹上的 B_y [Chai et al., 2012]

这也能较好的解释了扩散区附近观测到的普遍存在的反四极结构。

2.5.3 主要结论

磁场重联过程中，磁场拓扑结构被改变，大量粒子被加速。扰动的电磁场以及高速粒子与背景场的相互作用，都会激发大量的等离子体波动。因而在本章中，采用混杂模拟程序研究了重联达到准稳态后各个区域等离子体中的波动特性。在随体坐标系中，采用快速傅里叶分析和最小方差分析，得到了重联各区域波动的频谱、传播方向和旋转特性。

本章主要结论有：

- (1) 在重联出流区的波动传播方向近似各向同性；偏振方向大体为左旋，但有很多反转或无明显旋转的复杂结构；波动能量大，频率集中在 $0 \sim 0.3\Omega_p$ 附近。说明出流区的波动以湍动为主，并伴随有 Alfvén 离子回旋波。

- (2) 在重联入流区和分界线附近的波动准平行于磁场传播；偏振方向为左旋；频率向高频移动，主峰常常高于 $0.5\Omega_p$ 。说明重联入流区波动以 Alfvén 离子回旋波为主。
- (3) 重联出流区大尺度湍动会引起 Hall 四极场 B_y 出现反四极结构的分布，这可以解释观测到的一些与 Hall 理论方向相反的四极分布。

第三章 绝热动力学 Alfvén 孤立波

等离子体中各种不同种类的粒子具有不同的质量和不同的电荷，这些带电粒子的各种运动会激发复杂的电磁场，带电粒子之间存在大量复杂的长程相互作用。空间等离子体中磁场的存在，又在系统中引入了各向异性。这些使得空间等离子体中的波动极为丰富。这些波动携带有大量能量。而由于大多数空间等离子体是高温低密度的，所以其内部的双体碰撞频率极低，粒子之间通过碰撞交换的能量是微乎其微的。于是，在空间等离子体中波粒相互作用和波波相互作用就显得尤为重要。

Alfvén 波是磁化等离子体中最基本的三种波模之一，它几乎遍及所有的空间等离子体内。Alfvén 波实际为一个磁场能量传输的过程。由于 Alfvén 波能量与磁场平方成正比，所以在太阳大气和地球极区等磁场较强的等离子体中 Alfvén 波会携带了大量能量。这些能量可能就是极光区电子加速和太阳日冕加热的重要能量来源。因此研究 Alfvén 波如何将能量转移给粒子，如何将带电粒子加速或加热，都是非常重要的。

理想 Alfvén 波是纯电磁扰动的横波，它的扰动电磁场都垂直于磁场方向。因而只有带电粒子在垂直方向的速度与 Alfvén 波扰动电场旋转速度一致时，才能被 Alfvén 波的扰动电场持续加速。这种加速机制称为回旋共振。但是由于 Alfvén 波是速度与磁场成正比，在强磁化的等离子体中 Alfvén 波相速度一般远大于带电粒子的热速度，大量带电粒子无法通过与 Alfvén 波的回旋共振作用得到有效加速。

本章要研究的色散 Alfvén 波，是在考虑动力学效应后 Alfvén 波色散关系得到修正后的波动。色散 Alfvén 波最大的特点是，可以携带一个平行于磁场方向的扰动电场。由于粒子在平行磁场方向加速，不会受到磁场散射和阻碍，因而只要带电粒子被色散 Alfvén 波捕获就可以得到有效的加速。因此平行电场的存在为 Alfvén 波和带电粒子之间的能量交换建立了一个通道。

由于色散 Alfvén 波的这一特性，使其在太阳大气加热、地球磁层-电离层耦

合，以及极光、亚暴等领域都得到了广泛应用。当 Alfvén 波的色散效应和非线性效应达到平衡时，就可形成动力学 Alfvén 孤立波。孤立波由于其振幅很大，且具有密度扰动，可以解释卫星观测到的大振幅强电磁扰动，所以被空间物理学者广泛研究。

在研究动力学 Alfvén 孤立波时，常采用等温假设来简化数学分析过程。但在实际空间等离子体中，很多过程并不满足温度平衡条件。因而本章采用绝热假设来研究动力学 Alfvén 孤立波。由于等温过程只是绝热过程中的一种特殊情况，因而本章的研究结果包含等温情况。在得到绝热过程中的动力学 Alfvén 孤立波解后，对比分析两种情况下 Alfvén 孤立波的不同，并讨论在不同等离子体参数下 Alfvén 孤立波的绝热修正程度。

本章主要内容为：在3.1节中总结介绍了 Alfvén 波的一些基础理论。主要介绍了色散 Alfvén 波的色散关系，并讨论了色散 Alfvén 波的平行电场形成机制。在3.2节中主要介绍了孤立子和孤立波，并分析了动力学 Alfvén 孤立波的形成机制。在3.3节研究了不同热力学条件下的动力学 Alfvén 孤立波的性质，并对比分析了绝热条件和等温条件的差别。最后在3.4节给出了本章的小节。

3.1 Alfvén 波理论

Alfvén 波是磁化等离子体中最重要的波模之一。它主要是由磁压和离子惯性的平衡效应产生的。这支波模是由 Alfvén [1943] 提出的。Alfvén 最早认识到磁力线如同绷紧的弹性绳，应该会产生一支磁流体力学波动。由此在理论上预言了 Alfvén 波的存在性。

因为这支波的扰动磁场是垂直于背景磁场和传播方向的，所以现在将这支波模又称为剪切 Alfvén 波 (shear Alfvén waves)。剪切 Alfvén 波最早出现在 Alfvén 关于宇宙电动力学的工作中。随着空间物理的发展，人们认识到 Alfvén 波动遍及在整个空间等离子体中。在地球的电离层极光区 [Chaston et al., 1999]、磁尾 [Keiling et al., 2005]、行星际空间 [Belcher and Davis, 1971] 和太阳大气 [Cirtain et al., 2007; Nishizuka et al., 2008] 中，都观测到了 Alfvén 波动。

本节内容为：在3.1.1节简要介绍一下经典 Alfvén 波的性质，然后开始介绍色散 Alfvén 波。首先在3.1.2节简要说明色散 Alfvén 波的主要参数和分类。然后

在3.1.3节给出 MHD 双流体方程组，并对其进行线性化。在3.1.4节里采用Bellan [2012] 的方法推导双流体 MHD 色散关系，并对色散 Alfvén 波的色散关系进行简要讨论。最后在3.1.5节中给出色散 Alfvén 波产生平行电场的物理机制。

3.1.1 经典 Alfvén 波

磁流体会受到一个沿磁力线方向的磁张力 B^2/μ_0 和一个各向同性的磁压力 $B^2/2\mu_0$ 的影响。由于磁冻结效应，等离子体紧紧束缚在磁力线上。可将磁力线看做是一根被绷紧的弹性绳。当横向有一扰动时，就会产生一个沿绳方向传播的波动。

在均匀磁化的冷等离子体中，当扰动的时空尺度远大于等离子体中单个粒子的运动特征尺度时，可采用理想 MHD 近似。此时磁张力提供恢复力，离子质量提供惯性 $\rho = n(m_i + m_e) \approx nm_i$ 。产生的 Alfvén 波动，其传播速度为

$$v_A = \sqrt{\frac{\text{tension}}{\text{density}}} = \sqrt{\frac{B^2}{\mu_0 \rho}} \quad (3.1)$$

色散关系为

$$\omega = kv_A \cos \theta \quad (3.2)$$

由上式可以看出理想磁流体 Alfvén 波是无色散的。而且正如弹性绳上的横波一样，Alfvén 波动只能沿着磁力线传播，其扰动磁场、扰动速度及感应的扰动电场都垂直于背景磁场。故理想 Alfvén 波又被称为剪切 Alfvén 波。

在色散关系与流体弹性无关的波动中，不会有密度扰动和压力扰动。因而 Alfvén 波也没有密度扰动和压力扰动，即 $\delta n = 0, \delta p = 0$ 。其流体速度的扰动量为 $\delta \mathbf{u} = \mp \delta \mathbf{B} / \sqrt{\mu_0 \rho}$ ，其中“ \mp ”号对应的是 Alfvén 波沿着和逆着磁力线传播，即 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0 > 0$ 和 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0 < 0$ 。

3.1.2 色散 Alfvén 波

理想 MHD 假定里不存在场向电场。因而3.1.1节中介绍的 Alfvén 波没有平行电场 E_{\parallel} ，不能在平行于磁场方向加速粒子。但是平行方向的粒子能化过程正是磁层和电离层耦合的重要特征。后来Stefant [1970] 指出在考虑有限离子回

旋半径的动力学效应后, Alfvén 波开始色散, 同时也会引进一个 E_{\parallel} 。因此色散 Alfvén 对于研究磁层-电离层相互作用非常重要。

当垂直于磁场方向的扰动尺度 λ_{\perp} 接近于电子惯性长度 $d_e = c/\omega_{ie}$ [Goertz and Boswell, 1979] 或离子回旋半径 $\rho_s = (T_e/m_i)^{1/2}/\Omega_i$ [Hasegawa and Mima, 1976] 时, 会给平行于磁场传播的理想 Alfvén 波波矢 $\mathbf{k} = k_{\parallel}\mathbf{b}$ 中引入一个很大的垂直分量 $k_{\perp} = 2\pi/\lambda_{\perp}$ 。从而使得色散关系中也需包含 k_{\perp} 项, 引起理想 Alfvén 波色散关系(3.2)的显著修正。此时 Alfvén 波的相速度和群速度都与 k_{\perp} 有关, Alfvén 波传播过程中会发生色散。将这种 Alfvén 波称为色散 Alfvén 波 (Dispersive Alfvén Waves, DAWs)。

从动力学角度考虑色散 Alfvén 波: 斜向传播的 Alfvén 波, 当其横向波长接近于离子的回旋半径或电子的惯性长度时, 离子和电子对扰动场的响应将会显著不同。由于电子的回旋半径远小于离子的回旋半径, 电子仍是紧紧束缚在磁力线上, 而离子受磁场约束相对较弱。离子和电子对扰动场的不同响应方式会引起离子和电子的空间分离, 从而导致净空间电荷扰动。于是理想 Alfvén 波只在垂直方向的纯粹电磁感应扰动场, 变成了在平行方向有静电成分的扰动场。因此色散 Alfvén 波在平行于磁场方向有一个扰动电场。平行电场可以加速电子, 广泛应用于解释波粒相互作用、磁层电离层耦合等现象中。所以色散 Alfvén 波引起了人们极大的兴趣, 得到了广泛关注和研究。

平行电场是由于剪切 Alfvén 波沿平行方向的扰动与垂直方向小尺度扰动相耦合而形成。在不同等离子体环境中, 由不同的效应控制着这一耦合机制。关于具体耦合机制会在3.1.5节介绍。这里首先介绍一个无量纲参数 α , 它决定了不同等离子体中提供平行电场的主要效应。

$$\alpha = \frac{\beta}{m_e/m_i} = \frac{m_i p_T}{m_e p_B} = \frac{m_i nT}{m_e B_0^2/2\mu_0} = \frac{2T/m_e}{v_A^2} \quad (3.3)$$

其中温度 $T = (T_e + T_i)/2$ 。定义电子热速度 $v_{Te} = (2T_e/m_e)^{1/2}$, 当电子温度 T_e 和离子温度 T_i 相同时, 上式可写为 $\alpha = (v_{Te}/v_A)^2$ 。

当 $\alpha \gg 1$, 即等离子体 $\beta \gg m_e/m_i$ 时, 平行电场主要由电子的热压力梯度提供。将这种介质中传播的色散 Alfvén 波动称为动力学 Alfvén 波 (Kinetic Alfvén Waves, KAWs)。

当 $\alpha \ll 1$ ，即等离子体 $\beta \ll m_e/m_i$ 时，平行电场主要由电子的惯性效应提供。将这种介质中传播的色散 Alfvén 波动称为惯性 Alfvén 波 (Inertial Alfvén Waves, IAWs)。

将 KAWs 和 IAWs 统称为色散 Alfvén 波。

3.1.3 双流体方程

由于 Alfvén 波的色散和平行电场主要是由于在垂直方向的小尺度扰动引起的。色散 Alfvén 波的垂直扰动尺度近于电子惯性长度 d_e 或离子回旋半径 ρ_s 。在如此小的尺度内，电子和离子就会体现出不同的运动特性。由于质量差别很大 (1836 倍)，它们对电磁场的响应速度会有很大不同。正是由于电子和离子的不同步相应，引起了电荷分离，使以往的单流体 MHD 不再适用。

如果严格地考虑 3.1.2 节中提到的动力学效应，则需采用 Vlasov 方程等动力学方法，来研究色散 Alfvén 波。但动力论描述会使数学处理变得异常复杂。折中的处理方法是将电子和离子分别作为不同的两种流体来描述，即双流体方法。双流体模型可以体现电子和离子的不同，同时又比动力论方法简单很多。研究结果显示，双流体模型可以解决很多问题。除了像朗道阻尼这样的纯动力学效应外，很多由短波长引起的修正都可以在双流体模型下得到很好的展现 [Wu and Fang, 1999; Wu et al., 1996b]。

下面写出双流体 MHD 方程组：

连续性方程

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \mathbf{u}_s) = 0 \quad (3.4)$$

动量方程

$$n_s m_s \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = n_s q_s (\mathbf{E} + \mathbf{u}_s \times \mathbf{B}) - \nabla p_s \quad (3.5)$$

状态方程

$$p_s = \begin{cases} n_s^\gamma C_s, (C_s = \text{constant}), & \text{when } v_{\text{phase}} \gg v_{T_s}, \text{ adiabatic;} \\ n_s T_s, (T_s = \text{constant}) & \text{when } v_{\text{phase}} \ll v_{T_s}, \text{ isothermal.} \end{cases} \quad (3.6)$$

Maxwell 方程组

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \sum_s n_s q_s \mathbf{u}_s + \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_s n_s q_s \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.10)$$

方程组中下标 s 表示不同的粒子种类, m 和 q 为粒子的质量和电荷, n 、 \mathbf{u} 、 p 和 T 分别为粒子的数密度、总流速、压力和温度。 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 点等离子体内的电场和磁场。

设线性波动的扰动量相对于背景值为小量, 且等离子体没有束流速度。则粒子数密度 n 和速度 \mathbf{u} 可表示为

$$n = n_0 + n_1, (n_1 \ll n_0) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1, (\mathbf{u}_0 = 0) \quad (3.12)$$

由于研究的波动尺度一般远大于 Debye 长度 ($\lambda \gg \lambda_D$), 在这种尺度范围内等离子体满足准中性 ($n_e = n_i$)。所以电子和离子的密度扰动量也处处相等, 即

$$n_{e1} = n_{i1} = n_1 \quad (3.13)$$

上式可以代替 Maxwell 方程组中的电子 Poisson 方程(3.9)。

$$\frac{p_s}{n_s^\gamma} = C_s = \text{Constant} \quad (3.14)$$

做线性化。设 $p_s = p_{s0} + p_{s1}, p_{s1} \ll p_{s0}$ 则有

$$\begin{aligned} p_{s0} + p_{s1} &= C_s [n_{s0}^\gamma + \gamma n_{s0}^{\gamma-1} n_{s1} + \cdots + n_{s1}^\gamma] \\ &= C_s [n_{s0}^\gamma + \gamma n_{s0}^{\gamma-1} n_{s1}] \end{aligned} \quad (3.15)$$

利用 $p_{s0} = C_s n_{s0}^\gamma$, 上式化为

$$\frac{p_{s1}}{p_{s0}} = \gamma \frac{n_{s1}}{n_{s0}} \quad (3.16)$$

若在初始时刻系统处于热平衡状态，则可用等温状态方程，即 $p_{s0} = T_s n_{s0}$ 。代入上式有

$$p_{s1} = \gamma T_s n_{s1} \quad (3.17)$$

这就是线性化的状态方程 [Bellan, 2006, p.149]。

同理线性化其他 MHD 方程。其中由于 Alfvén 波频率 $\omega^2 \gg \omega_{pe}^2$ ，(3.8) 中的位移电流项可忽略。得到准中性条件下各粒子 ($s = e, i$) 线性化后的 MHD 方程组：

$$\frac{\partial n_{s1}}{\partial t} + \nabla \cdot (n_0 \mathbf{u}_{s1}) = 0 \quad (3.18)$$

$$n_0 m_s \frac{d\mathbf{u}_{s1}}{dt} = n_0 q_s (\mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_{s1} \times \mathbf{B}_0) - \nabla p_{s1} \quad (3.19)$$

$$p_{s1} = \gamma T_{s0} n_{s1} \quad (3.20)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} \quad (3.21)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_1 = \mu_0 n_0 \sum_s q_s \mathbf{u}_{1s} \quad (3.22)$$

$$n_{s1} = n_1 \quad (3.23)$$

3.1.4 色散关系

Bellan [2012] 提出在满足准电中性的等离子体中，由波动扰动产生的电流密度满足 $\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{k} = 0$ ，所以可通过求 $\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{k}_\perp$ 和 $\mathbf{J}_1 \cdot (\mathbf{k}_\perp \times \mathbf{B}_0)$ 两个变量的 2×2 系数行列式为零来求解低频波动色散关系，而无需像以往 [Stringer, 1963] 采用求 $\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{k}$ 、 $\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{B}_0$ 和 $\mathbf{E}_1 \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{B}_0)$ 三个变量的 3×3 行列式。这会极大的简化色散关系求解过程，同时更能突出物理实质。

由于 Alfvén 波动为低频波，其频率一般远小于离子回旋频率，即 $\omega_A < \Omega_i = eB_0/m_i$ 。因此 Alfvén 波动尺度 $\lambda_A \sim 1/k_A = v_A/\Omega_i = d_i$ ，其中离子惯性尺度 $d_i = c/\omega_{pi} \gg \lambda_D$ ，所以在 Alfvén 波传播时等离子体仍能保持电中性。因此可以采用 Bellan [2012] 的方法来分析 Alfvén 波の色散关系。

3.1.4.1 多流体 MHD 线性波动方程

设线性波动频率为 ω 波数为 \mathbf{k} , 则一阶小量形式为 $a_1 = \tilde{a} \exp(-i\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ 。关于粒子 $s = i, e$ 的 MHD 波动方程组可写为

$$-i\omega n_1 + i\mathbf{k} \cdot n_0 \mathbf{u}_{s1} = 0 \quad (3.24)$$

$$-i\omega n_0 m_s \mathbf{u}_{s1} = n_0 q_s (\mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_{s1} \times \mathbf{B}_0) - i\mathbf{k} \gamma_s T_s n_1 \quad (3.25)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_1 = -i\omega \mathbf{B}_1 \quad (3.26)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B}_1 = \mu_0 n_0 \sum_s q_s \mathbf{u}_{s1} \quad (3.27)$$

设等离子体电子和离子总的密度、速度, 以及电流密度分别为

$$\rho = \sum_s n_s m_s \approx n_0 \sum_s m_s \quad (3.28)$$

$$\mathbf{u}_1 = \frac{1}{\rho} \sum_s n_s m_s \mathbf{u}_{s1} \approx \frac{n_0}{\rho} \sum_s m_s \mathbf{u}_{s1} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{J}_1 = \sum_s n_s q_s \mathbf{u}_{s1} \approx n_0 \sum_s q_s \mathbf{u}_{s1} \quad (3.30)$$

其中利用了准中性条件 $n_{i0} = n_{e0} = n_0$ 和小振幅线性波条件 $n_1 \ll n_0$ 。

对以上各粒子的线性 MHD 波动方程组进行合并, 即求 \sum_s , 其中 $s = e, i$ 。对粒子动量方程(3.25)乘以 $\mu_0 q_s / m_s$ 求 \sum_s , 忽略 $1/m_i$ 项, 可得到广义 Ohm 定理:

$$-i\omega \mu_0 d_e^2 \mathbf{J}_1 = \mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_1 \times \mathbf{B} + \frac{1}{q_e n_0} \mathbf{J}_1 \times \mathbf{B} - \mu_0 q_e d_e^2 \frac{\gamma_e T_e}{m_e} i\mathbf{k} n_1 \quad (3.31)$$

其中 $d_e = c/\omega_{pe}$ 为电子惯性长度。对(3.24)乘以 m_s 后求 \sum_s , 得到

$$n_1 = \frac{i\mathbf{k} \cdot n_0 \sum_s m_s \mathbf{u}_{s1}}{i\omega \sum_s m_s} = \frac{n_0}{\omega} \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1 \quad (3.32)$$

对(3.25)求 \sum_s 可得到

$$-i\omega \rho \mathbf{u}_1 = \mathbf{J}_1 \times \mathbf{B}_0 - i\mathbf{k} \sum_s \gamma_s T_s n_{s1} \quad (3.33)$$

而(3.26)和(3.27)可化为

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}_1) = -i\omega\mu_0\mathbf{J}_1 \quad (3.34)$$

下面求解线性 MHD 波动方程组。首先对(3.33)点乘 $i\mathbf{k}\omega/\rho$ 可解得 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1$ ，代入(3.32)有

$$n_1 = \frac{n_0 i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{J}_1 \times \mathbf{B}_0)}{\rho \omega_2 - k^2 s_s^2} \quad (3.35)$$

其中 $c_s^2 = \sum_s \gamma_s T_s / m_i$ 为声速。将上式代入(3.33)有

$$\mathbf{u}_1 = \frac{i}{\omega\rho} \left(\mathbf{J}_1 \times \mathbf{B}_0 + c_s^2 \mathbf{k} \frac{\mathbf{k} \cdot (\mathbf{J}_1 \times \mathbf{B}_0)}{\omega_2 - k^2 s_s^2} \right) \quad (3.36)$$

将上式代入广义 Ohm 定理(3.31)，可得到扰动电场 \mathbf{E}_1 表达式。将其代入波动方程(3.34)便可得到关于扰动电流密度 \mathbf{J}_1 的方程：

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \left\{ \mathbf{k} \times \left[\omega^2 d_e^2 \mathbf{J}_1 + \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho} \{ (\mathbf{J}_1 \times \mathbf{e}_B) \times \mathbf{e}_B + \frac{c_s^2}{\omega^2 - k^2 c_s^2} \mathbf{k} [\mathbf{k} \cdot (\mathbf{J}_1 \times \mathbf{e}_B)] \times \mathbf{e}_B \} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{i\omega B_0}{\mu_0 n q_e} \mathbf{J}_1 \times \mathbf{e}_B \right] \right\} = \omega^2 \mathbf{J}_1 \end{aligned} \quad (3.37)$$

由等离子体参数的定义：Alfvén 速度 $v_A^2 = B_0^2 / \mu_0 \rho$ ，粒子回旋频率 $\Omega = eB_0 / m$ 、粒子惯性长度 $d = c / \omega_p$ 知：

$$v_A = \frac{d_i}{\Omega_i} \quad (3.38)$$

$$\Omega_i d_i^2 = \frac{eB_0}{m_i} \frac{m_i \epsilon_0}{n_0 e^2} = \frac{B_0}{\mu_0 n e} \quad (3.39)$$

$$\omega_g = \Omega_i \Omega_e = \frac{\Omega_i^2 m_i}{m_e} = \frac{\Omega_i^2 d_i^2}{d_e^2} = \frac{v_A^2}{d_e^2} \quad (3.40)$$

将以上参数代入(3.37)，有：

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \left\{ \mathbf{k} \times \left[\frac{\omega^2}{\omega_g^2} \mathbf{J}_1 + (\mathbf{J}_1 \times \mathbf{e}_B) \times \mathbf{e}_B + \frac{c_s^2}{\omega^2 - k^2 c_s^2} (\mathbf{k} \times \mathbf{e}_B) [\mathbf{k} \cdot (\mathbf{J}_1 \times \mathbf{e}_B)] \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{i\omega}{\Omega_i} \mathbf{J}_1 \times \mathbf{e}_B \right] \right\} - \frac{\omega^2}{v_A^2} \mathbf{J}_1 = 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

利用 $\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{A}) = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{A})\mathbf{k} - k^2 \mathbf{A}$ 和 $\mathbf{k} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{A}) = 0$ ，以及准中性低频波满足

$\mathbf{k} \cdot \mathbf{J}_1 = 0$, 化简上式得:

$$\begin{aligned} & \mathbf{k} \left[\mathbf{k} \cdot (-\mathbf{J}_\perp) + \frac{i\omega}{\Omega_i} \mathbf{k} \cdot (\mathbf{J}_\perp \times \mathbf{e}_B) \right] - k^2 \left[\frac{\omega^2}{\omega_g^2} \mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_\perp \right. \\ & \left. + \frac{c_s^2}{\omega^2 - k^2 c_s^2} (\mathbf{k} \times \mathbf{e}_B) [\mathbf{k} \cdot (\mathbf{J}_\perp \times \mathbf{e}_B)] + \frac{i\omega}{\Omega_i} \mathbf{J}_\perp \times \mathbf{e}_B \right] - \frac{\omega^2}{v_A^2} \mathbf{J}_1 = 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

其中 $\mathbf{J}_\perp = \mathbf{J}_1 \times \mathbf{e}_B$ 。设 $\mathbf{k}_\perp = \mathbf{k} \times \mathbf{e}_B$, 则(3.42)可化简为

$$\begin{aligned} & \mathbf{k} \left[\mathbf{k}_\perp \cdot (-\mathbf{J}_\perp + \frac{i\omega}{\Omega_i} \mathbf{J}_\perp \times \mathbf{e}_B) \right] - k^2 \left[(-\mathbf{J}_\perp + \frac{i\omega}{\Omega_i} \mathbf{J}_\perp \times \mathbf{e}_B) \right. \\ & \left. + \frac{\omega^2}{\omega_g^2} \mathbf{J}_1 + \frac{c_s^2}{\omega^2 - k^2 c_s^2} (\mathbf{k}_\perp \times \mathbf{e}_B) [\mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{J}_\perp \times \mathbf{e}_B)] \right] - \frac{\omega^2}{v_A^2} \mathbf{J}_1 = 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

给(3.43)首先点乘 $\mathbf{k}_\perp \times \mathbf{e}_B$, 再点乘 \mathbf{k}_\perp , 可得到关于 $\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{J}_\perp$ 和 $\mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{J}_\perp \times \mathbf{e}_B)$ 的两个耦合方程, 用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega^2}{k_z^2 v_A^2} (1 + k^2 d_e^2) - 1 & \frac{i\omega}{\Omega_i} \\ -\frac{i\omega}{\Omega_i} & \frac{\omega^2}{k^2 v_A^2} (1 + k^2 d_e^2) - 1 - \frac{k_\perp^2 c_s^2}{\omega^2 - k^2 c_s^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{J}_\perp \\ \mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{J}_\perp \times \mathbf{e}_B) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.44)$$

系数行列式为零时, 可解出线性波动的色散关系式为:

$$\left[\frac{\omega^2}{k_z^2 v_A^2} (1 + k^2 d_e^2) - 1 \right] \left[\frac{\omega^2}{k^2 v_A^2} (1 + k^2 d_e^2) - 1 - \frac{k_\perp^2 c_s^2}{\omega^2 - k^2 c_s^2} \right] = \frac{\omega^2}{\Omega_i^2} \quad (3.45)$$

Bellan [2012] 用关于电流密度的两个变量求得的上式, 与Stringer [1963] 用三个电场变量求得的色散关系相同, 三变量的推导过程也可见 [Swanson, 2003, p.90]。

3.1.4.2 单流体 MHD 波动色散关系

在长波长 $k^2 d_e^2 \ll 1$ 和低频段 $\omega^2 \ll \Omega_i \Omega_e$ 范围内, (3.45)化为

$$\left(\frac{\omega^2}{k_z^2 v_A^2} - 1 \right) \left(\frac{\omega^2}{k^2 v_A^2} - 1 - \frac{k_\perp^2 c_s^2}{\omega^2 - k^2 c_s^2} \right) = 0 \quad (3.46)$$

上式第一个括号内即为理想 Alfvén 波色散关系

$$\omega^2 = k_z^2 v_A^2 \quad (3.47)$$

第二个括号内为磁声波的色散关系， ω^2 有两个解

$$\omega^2 = \frac{k^2(v_A^2 + c_s^2)}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \left(2 \frac{k_{\parallel}}{k} \frac{v_A c_s}{v_A^2 + c_s^2} \right)^2} \right) \quad (3.48)$$

其中取 + 时为快磁声波色散关系，取 - 时是慢磁声波色散关系。即长波低频段，得到与单流体 MHD 相同的三个特征波模。

3.1.4.3 色散 Alfvén 波色散关系

由以上分析可以看出(3.45)表示方程左边第一项 Alfvén 波与第二项磁声波，通过方程右边的 ω^2/Ω_i^2 项耦合在了一起。动力学 Alfvén 波可以看做是平行于磁场方向传播的理想 Alfvén 波与垂直于磁场方向传播的快磁声波相耦合的结果。但是如何通过离子回旋运动耦合，还有待研究。

下面通过(3.45)来求解色散 Alfvén 波色散关系。取无量纲参数

$$a = \frac{v_{phase}^2}{v_A^2} = \frac{\omega^2}{k^2 v_A^2} \quad (3.49)$$

$$\beta = \frac{c_s^2}{v_A^2} \quad (3.50)$$

$$c = k^2 d_i^2 = \frac{k^2 v_A^2}{v_A^2 / d_i^2} = \frac{k^2 v_A^2}{\Omega_i^2} \quad (3.51)$$

$$Q = 1 + k^2 d_e^2 \quad (3.52)$$

$$\alpha = \cos^2 \theta \quad (3.53)$$

(3.45)改写为

$$(a\alpha^{-1}Q - 1)(aQ - \frac{a - \beta\alpha}{a - \beta}) = ac \quad (3.54)$$

上式精确解见Bellan [2012]，本文只参考其中关于 Alfvén 波尺度的解。取波动相速度接近 v_A ，即 $a/\alpha \sim 1$ 。考虑色散 Alfvén 波的垂直波长是远小于平行波长的，即 $\alpha \ll 1$ ，可推出 $a \ll 1$ 。在低 β 的等离子体中 ($\beta \ll 1$)，有 $\beta\alpha/a \ll 1$ 。另外由于 a 和 β 都为小量，而 $Q \sim 1$ ，所以 $1/|a - \beta| \gg Q$ 。根据这些近似，上

式可以化简为

$$\begin{aligned}
 a\alpha^{-1}Q - 1 &= \frac{c}{Q - \frac{1-\beta\alpha/a}{a-\beta}} \\
 &= \frac{c}{Q - \frac{1}{a-\beta}} \\
 &= c(a - \beta)
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

解方程得：

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{1 + c\beta}{Q + c\alpha} \tag{3.56}$$

取代无量纲参数后，可得到色散 Alfvén 波的色散关系式为

$$\frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2 v_A^2} = \frac{1 + k^2 d_i^2 \beta}{1 + k^2 d_e^2 + k_{\parallel}^2 d_i^2} = \frac{1 + k^2 \rho_s^2}{1 + k^2 d_e^2 + k_{\parallel}^2 d_i^2} \tag{3.57}$$

其中 $\rho_s = c_s/\Omega_i$ 为混杂热回旋半径 (hybrid thermal gyro-radius)，又称 Larmor 半径。 $d_i = c/\omega_{pi}$ 和 $d_e = c/\omega_{pe}$ 分别为离子惯性长度和电子惯性长度。

3.1.4.4 色散 Alfvén 波分类

上式中的 $k_{\parallel}^2 d_i^2 \approx (\omega/v_A)^2 (v_A/\Omega_i)^2 = \omega^2/\Omega_i^2$ ，实际为有限频率效应。另外由于 $\lambda_{\perp} \ll \lambda_{\parallel}$ 得 $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ ，即色散 Alfvén 波是准垂直传播的，从而可取近似 $k \approx k_{\perp}$ 。上式改写为

$$\frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2 v_A^2} = \frac{1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2}{1 + k_{\perp}^2 d_e^2 + \omega^2/\Omega_i^2} \tag{3.58}$$

研究极低频动力学 Alfvén 波，则可取 $\omega_A^2/\Omega_i^2 \ll 1$ 。上式化为

$$\frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2 v_A^2} = \frac{1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2}{1 + k_{\perp}^2 d_e^2} \tag{3.59}$$

这正是 Wu et al. [1996b] 在 $\beta \sim m_e/m_i$ 的等离子体中得到的色散关系。下面通过求解 $\beta \ll m_e/m_i$ 和 $\beta \gg m_e/m_i$ 时的色散关系，来分析动力学 Alfvén 波的作用机制。

在冷等离子体近似下，取极限 $\beta \ll m_e/m_i$ 。此时等离子体的热效应远远小

于电子的惯性效应。由

$$\rho_s^2 = \beta d_i^2 = \beta \frac{m_i}{m_e} d_e^2 \ll d_e^2 \quad (3.60)$$

知(3.59)中 $k_{\perp}^2 \rho^2$ 可忽略, 得

$$\omega^2 = \frac{k_{\parallel}^2 v_A^2}{1 + k_{\perp}^2 d_e^2} \quad (3.61)$$

上式为惯性 Alfvén 波 (Inertial Alfvén Wave, IAW) 的色散关系。由电子的运动(3.25)知电场主要由电子的热压力梯度项和惯性项提供。因而在 IAWs 中, 平行电场主要来自电子惯性效应。

同理, 当等离子体 $\beta \gg m_e/m_i$ 时 $\rho_s^2 \gg d_e^2$, 此时电子的惯性效应可忽略。(3.59)可化简为

$$\omega^2 = k_{\parallel}^2 v_A^2 (1 + k_{\perp}^2 \rho_s^2) \quad (3.62)$$

上式为动力学 Alfvén 波 (Kinetic Alfvén Wave, KAW) 的色散关系。在 KAWs 中, 平行电场主要来自电子的热压力梯度效应。

3.1.5 平行电场

图 3.1 为动力学 Alfvén 波形成平行电场的示意图。MHD 理想 Alfvén 波是沿着磁场方向传播的。设背景磁场 \mathbf{B}_0 沿 z 方向, 理想 Alfvén 波的频率为 ω , 波长为 λ_{\parallel} , 则波矢为 $\mathbf{k} = k_z \mathbf{e}_z = (2\pi/\lambda_{\parallel}) \mathbf{e}_z$ 。从而可以写出 Alfvén 波的垂直扰动电场形式 $E_x \sim \sin(k_z z - \omega t)$ 。该扰动电场会引起的带电粒子的极化漂移运动, 速度为:

$$\mathbf{V}_{Dx,s} = \frac{m_s}{eB^2} \frac{dE_x}{dt} \quad (3.63)$$

其中 $s = (i, e)$ 。由于极化漂移 $V_{Dx,s\perp}$ 与粒子质量 m_s 成正比, 所以电子的极化漂移运动可以忽略, 只需考虑离子的漂移运动。需要强调的是理想 Alfvén 波只能沿着磁场传播, 其扰动电场也只在磁场方向有空间变化, 即 $E_x = E_x(z)$ 。所以产生的离子极化漂移速度 $V_{Dx,i} = V_{Dx,i}(z)$, 由图 3.1 可以看出离子的这一横向运动只会产生速度剪切, 而无法产生净余电荷。因此理想 Alfvén 波无法在等离子体中引起电荷分离。

下面来看动力学 Alfvén 波。相对于理想 Alfvén 波, 动力学 Alfvén 波的最大区别就在于它是准垂直传播的, 它在垂直与磁场方向有一极小尺度扰动 λ_{\perp} ,

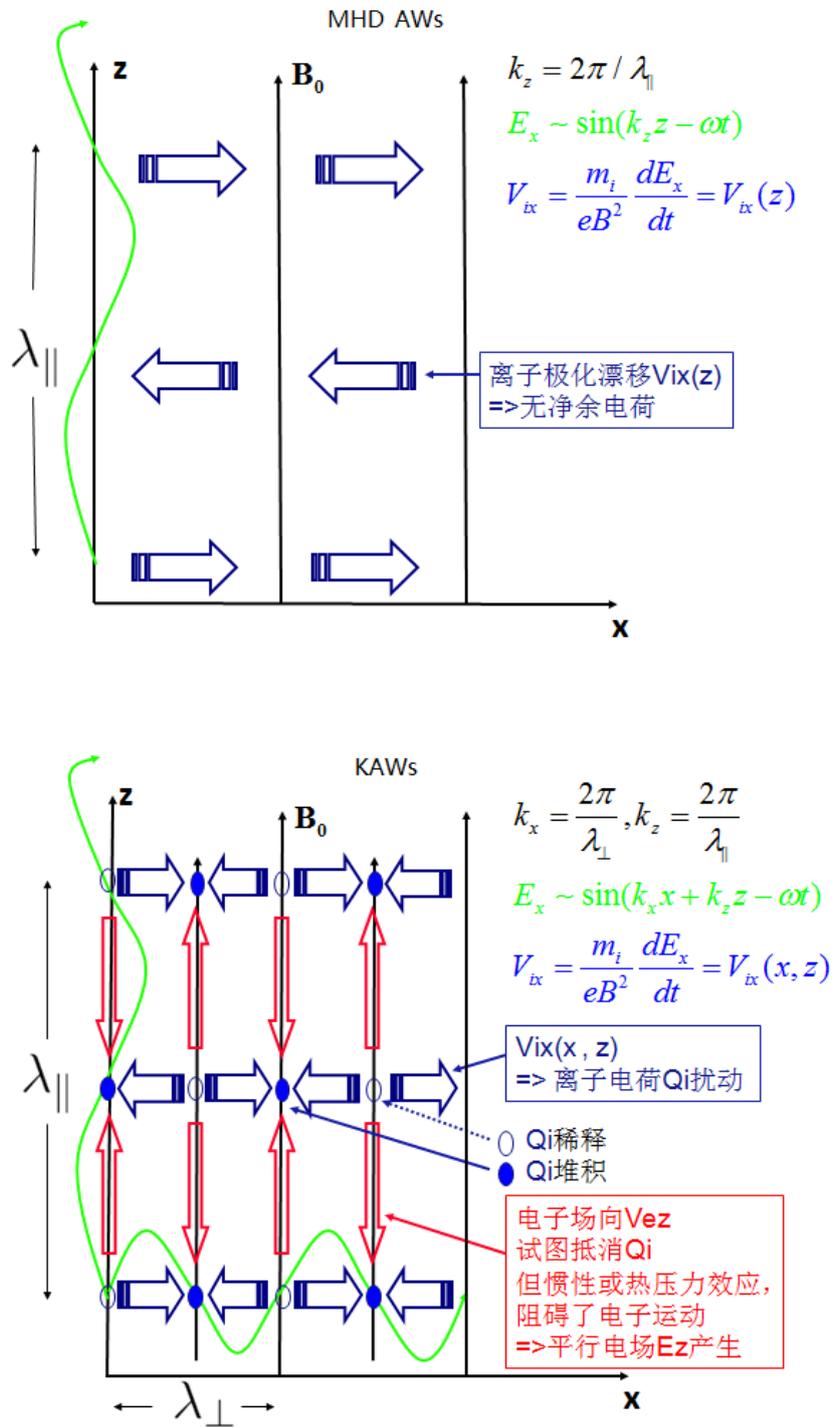


图 3.1 平行电场形成示意图 Voitenko [2009]

则此时的波动矢量为

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_z \mathbf{e}_z = \frac{2\pi}{\lambda_\perp} \mathbf{e}_x + \frac{2\pi}{\lambda_\parallel} \mathbf{e}_z, (\lambda_\perp \sim d_e, \rho_s) \quad (3.64)$$

其扰动电场的形式可写为 $E_x \sim \sin(k_x x + k_z z - \omega t)$, 这使得 $V_{Dx,i} = V_{Dx,i}(x, z)$, 即离子的极化漂移速度在垂直方向小尺度 λ_\perp 范围内不再相等。离子这一速度不同的横向运动会在沿 x 方向形成电荷的堆积和稀释, 见图 3.1。一般当离子运动产生电荷不均匀性时, 电子往往会以极快的速度运动过去, 使等离子体始终保持电中性。但是由于动力学 Alfvén 波的垂直扰动尺度 λ_\perp 很小, 接近于电子惯性尺度或离子回旋半径。在如此小的尺度内, 由于回旋半径 $\rho_i \gg \rho_e$, 离子近似无磁化, 而电子仍被紧紧束缚在磁力线上。所以电子很难跨越磁力线去抵消离子的电荷不均匀性。而电子的沿磁场方向的运动又会受到电子惯性项和热压力梯度项的阻碍。当电子无法完全抵消离子电荷不均匀性时, 准中性但不是严格中性, 此时就会观测到平行电场。

由上分析可以看出, 垂直方向的扰动或不均匀性对动力学 Alfvén 波的形成至关重要。垂直波长要足够小

$$\lambda_\perp \sim d_e, \rho_i, \rho_s \ll d_i \sim \lambda_\parallel \quad (3.65)$$

只有在这样的尺度内, 电子和离子对电磁场相应不同的动力学现象才会出现。

由于动力学 Alfvén 波 $\lambda_\perp \neq 0$ 的结构特征, 使离子产生电荷不均匀。又由于小尺度的动力学效应, 电子惯性和热压力梯度效应阻碍了电子的自由运动, 使离子电荷不均匀性得以保持, 从而形成了平行电场。因此平行电场主要由电子惯性项和热压力梯度项来平衡。在 $\alpha \ll 1$ 的等离子体中热压远小于磁压, 此时平行电场由电子惯性项提供。在 $\alpha \gg 1$ 的等离子体中热效应重要, 此时平行电场由电子热压力梯度项提供。

卫星在磁层极区和等离子体片边界层中都探测到了平行电场的存在 [Ergun et al., 2002; Mozer and Hull, 2001; Rankin et al., 1999]。动力学 Alfvén 波的平行电场对等离子体中带电粒子的场向加速具有重要意义 [Wu, 2003a,b], 在磁层-电离层耦合中有广泛应用。

3.2 动力学 Alfvén 孤立波

1834 年英国科学家 J.S.Russell 在河道上看见船停止后，被船推动的水团会形成一个轮廓光滑的大水包，高约 0.3 ~ 0.5 米，长约 10 米，以每小时 13 公里的恒定速度向前滚动。该水包的大小和形状基本保持不变，直到 3 ~ 4 公里后才逐渐从河道上消失。他很快意识到这不是普通的水波。普通的水波由水面的上下振动形成，所以水面总是一半高于水平面，而相邻的另一半低于水平面。但是他看到的水包却完全在水平面以上。而且其表面光滑、圆润，也不可能是激波。他将这种波包称为孤立波。

半个世纪后，荷兰数学家 Korteweg 和 de Vries 在研究浅水波时建立了一个非线性波动方程，后来将这个方程称为 KdV 方程。KdV 方程的孤立波解从理论上对 Russell 看到的波包作出解出。在 KdV 方程中由非线性项和色散项组成。当这两种效应相互抵消达到平衡后，就得出孤立波解。

本节将在 3.2.1 小节和 3.2.2 小节分别介绍非线性效应和色散效应。并在 3.2.3 小节给出 KdV 方程及其性质。最后在 3.2.4 节解释动力学 Alfvén 孤立波的形成过程。

3.2.1 非线性项

因为用 Vlasov 方程来处理非线性问题非常困难，本章采用磁流体方程组来描述等离子体的行为。为简单起见给出一维流体元运动方程：

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = F \quad (3.66)$$

当波的振幅较小时 (v 较小)，根据线性近似只保留一阶小量，因而运动方程中的对流项 $v \cdot \partial v / \partial x$ ，作为二阶小量会被忽略。但当波的振幅不断增大时，对流项不能再忽略不计，必须考虑它对波动的非线性影响。磁流体近似下的非线性行为主要是由对流项产生的。

在波动的演化过程中，非线性项会导致大量波波相互作用，产生波的畸变。如初始时刻有一余弦波 $v = \cos kx$ 入射，则经过非线性项作用后

$$v \frac{\partial v}{\partial x} = \cos kx \cdot (-k \sin kx) = -\frac{k}{2} \sin 2kx \quad (3.67)$$

产生了二次谐波 [王德焯 et al., 2000, p.9]。如果继续传播, 非线性项又会继续与高次谐波耦合产生更高次谐波, 从而使波的能量不断的向高次谐波转移。

为进一步了解非线性项对波形变化的影响, 将对流速度 v 在扰动传播的相速度 v_0 附近展开成 $v = v_0 + v_1$, 线性化方程(3.66)有:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} = F \quad (3.68)$$

无外力作用 $F = 0$ 。当余弦波入射时, 可得到 $v_1 = A \cos k(x - v_0 t)$, 即扰动在介质中的传播相速度变为:

$$v(x, t) = v_0 + A \cos k(x - v_0 t) \quad (3.69)$$

由此可以看出: 在波峰处 $k(x - v_0 t) = 0$, 相速度 $v = v_0 + A$, 大于波的原有相速度 v_0 ; 在波谷处 $k(x - v_0 t) = \pi$, 相速度 $v = v_0 - A$, 小于原有相速度 v_0 。于是在波传播过程中, 波峰部分比波谷部分运动的快, 从而使初始的余弦波随着波动的传播变得越来越陡峭 [王德焯 et al., 2000, p.9]。如果没有其他效应来遏制这一趋势, 最终波动会由于过分陡峭而发生破裂, 正如海岸附近的波浪。

综上所述: 运动方程(3.66)中的非线性项 $v \cdot \partial v / \partial x$ 会使波动不断产生高次谐波, 能量由基波向高频谐波转移; 同时波形发生畸变, 波阵面会不断变陡甚至破裂。

3.2.2 色散和耗散项

为阻止由非线性项产生的波形变陡的趋势, 须使方程(3.66)右边 $F \neq 0$ 。设其形式为:

$$F = \alpha_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta_3 \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + \dots \quad (3.70)$$

代入(3.66)。将 v 展开成 $v = v_0 + A e^{i(kx - \omega t)}$, 其中 $A \ll v_0$ 。化简(3.66)可得到色散关系:

$$\omega - v_0 k = -i(\alpha_2 k^2 - \alpha_4 k^4 + \dots) + (\beta_3 k^3 - \beta_5 k^5 + \dots) \quad (3.71)$$

由此看出: k 的偶次项的存在使频率 ω 成为复数, 即在波传播过程中一部分能量被耗散掉, 故将偶次项称为耗散项, α 为耗散系数; k 的奇次项的存在使频率 ω 与波数 k 的高次方有关, 使得波的相速度 $v_p = \omega/k$ 和群速度 $v_g = d\omega/dk$ 都与

波数有关，即不同波数的波具有不同的传播速度，大量波动在传播过程中会由于速度不同而逐渐分散开来，故将奇次项称为色散项， β 为色散系数。将耗散项与色散项统称为扩散项。

耗散项，当耗散系数 $\alpha > 0$ 时波动能量被耗散掉，即：正耗散项可以使波动振幅变小、波包变矮，从而能够抑制波形变陡。但当耗散系数 $\alpha < 0$ 时波动从外界得到能量，即：负耗散项使波动振幅增大、波包变高。这种情况下无法抑制波形变陡趋势。

色散项，当色散系数 $\beta > 0$ 时， $v_p = \omega/k$ 随波数的增加而减小，将这种介质称为负色散介质。当色散系数 $\beta < 0$ 时， $v_p = \omega/k$ 随波数的增加而增加，将这种介质称为正色散介质。可以看出：无论 β 为正还是为负，都会使波动速度随频率的不同而不同。即：所有的色散项都能导致波包变宽，抑制波形变陡趋势。

综上所述：正耗散项，会耗散波动的能量，使波包变矮；色散项，会分散不同频率的波动，使由众多波动组成的波包形状变宽。这种变矮和变宽的效应能够抑制由非线性项引起的波形变陡的趋势。

3.2.3 KdV 方程及其孤波解

由3.2.1节和3.2.2节的讨论可以看出：非线性项会使波动波形逐渐变陡，而正耗散项和色散项会分别使波包形状变矮和变宽。当波包变陡时，耗散项中 $\partial^2 v / \partial x^2$ 也随之急剧增大，从而使波包变矮的效应也迅速增强。因此波包变矮变宽的趋势会抑制波形变陡的趋势，使其不能继续变陡，更不会使波形破裂。因而正耗散项和色散项可以用来平衡非线性项，这两种趋势可以在某一时刻达到平衡。即：当扩散项与非线性项的贡献相等时，移动的波包将处在一个稳定状态，从而产生定态解，形成孤立波。

为了得到孤立波的定态解，考虑由非线性项和最低阶次色散项组成的平衡态方程：

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} = 0 \quad (3.72)$$

方程(3.72)称为 Korteweg-de Vries(KdV) 方程，是在 1896 年研究浅水波非线性行为时最早提出的。方程左边第二项称为非线性项，第三项称为色散项。左边前

两项来自动量方程(3.66)的前两项，因此 t 和 x 一般代表归一化后的时间和空间变量。

下面给出 KdV 方程的求解过程 [王德焯 et al., 2000, p.12]。通常非线性的波动方程具有行波解，时间和空间坐标不是各自独立的变量，而是以它们的线性组合作为变量，随着时间推移，波形向前传播。故引入行波坐标系 $\eta = x - v_0 t$ ，方程(3.72)改写为：

$$(v - v_0) \frac{dv}{d\eta} + \beta \frac{d^3 v}{d\eta^3} = 0 \quad (3.73)$$

取边界条件： $\eta \rightarrow \pm\infty$ 时， $v \rightarrow 0, v' \rightarrow 0, v'' \rightarrow 0$ ，积分上式可得：

$$-v_0 v + \frac{1}{2} v^2 + \beta \frac{d^2 v}{d\eta^2} = 0 \quad (3.74)$$

两边乘以 $dv/d\eta$ 后，再次积分有：

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dv}{d\eta} \right)^2 + S(v) = 0 \quad (3.75)$$

其中

$$S(v) = \frac{v^2}{2\beta} \left(\frac{v}{3} - v_0 \right) \quad (3.76)$$

称为 Sagdeev 势。(3.75)式具有能量积分的形式。可以设想一个质量为 β 的“粒子”，在动能为 $S(v)$ 的势阱中运动。其中 η 对应时间， v 对应坐标。

方程(3.75)的解为：

$$v(\eta) = 3v_0 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\sqrt{v_0/\beta}}{2} \eta \right) \quad (3.77)$$

这就是 KdV 方程的孤波解，其中 $\eta = x - v_0 t$ 。可以看出如果非线性波沿着 x 方向以 v_0 运动，则在运动过程中 η 不变。即：该非线性波在行波坐标系下 ($\eta = \text{constant}$)，形状 $v(\eta)$ 保持不变。 $v(\eta)$ 是一个相对于 η 成偶对称的鼓包。该鼓包的最大高度为 $3v_0$ ，特征宽度为 $2/\sqrt{v_0/\beta}$ 。

由(3.77)看出，在正色散介质中 ($\beta < 0$)，传播速度 v_0 必须为负，此时产生的孤立波鼓包高度 $3v_0$ 也为负数，即孤立波波形是下凹的钟形曲线，将这类孤波称为稀疏型孤波 (rarefied solitary wave)。而在负色散介质中 ($\beta > 0$)，传播速度 v_0 必须为正，产生的鼓包高度 $3v_0$ 为正，即孤立波波形是上凸的钟形

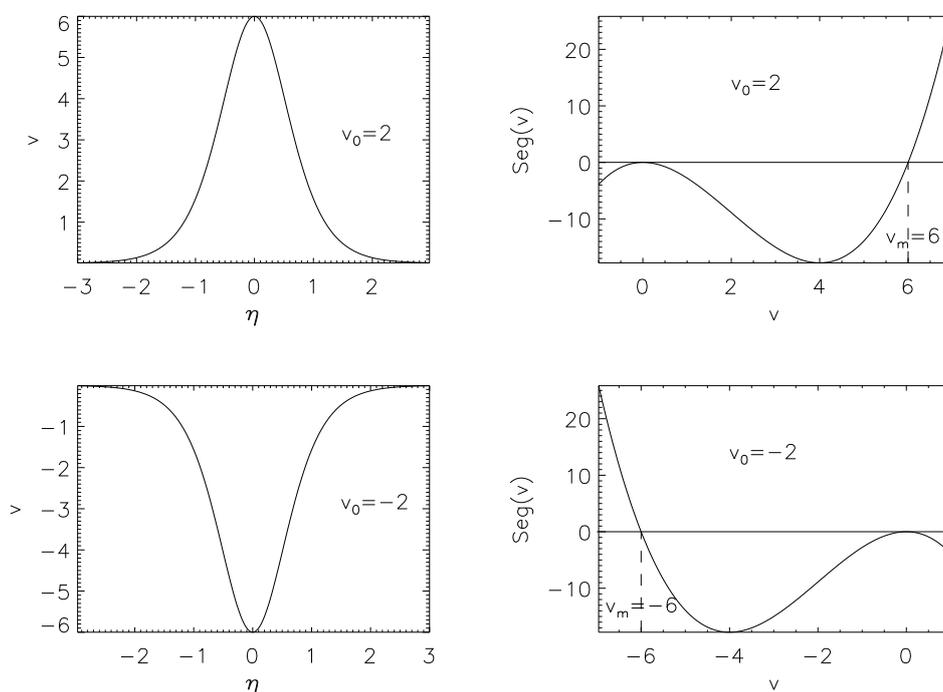


图 3.2 压缩型(上)和稀疏型(下)孤立波及它们的 Sagdeev 势

曲线，将这类孤波称为压缩型孤波 (compressive solitary wave)。图 3.2 中上面为压缩型孤立波 ($\beta = 0.3, v_0 = 2$) 波形和其 Sagdeev 势，下面为稀疏型孤立波 ($\beta = -0.3, v_0 = -2$) 波形和其 Sagdeev 势。

Zabusky and Kruskal [1965] 通过数值计算，发现两个孤波在相撞并分离后又会恢复其原来的形状和速度，这与两个粒子之间的弹性碰撞相类似，因此通常又把孤立波 (solitary wave) 称为孤子 (soliton)。

3.2.4 动力学 Alfvén 孤立波的形成

由 3.1 节的介绍知道：理想磁流体 Alfvén 波是无色散的，但当横向扰动尺度 λ_{\perp} 接近离子有效回旋半径或电子惯性长度时，该垂直扰动与平行传播的 Alfvén 波耦合，形成斜向传播的 Alfvén 波。斜向传播的 Alfvén 波，主要特征为：在有限小的垂直波长 λ_{\perp} 下系统的动力学效应开始变得重要。例如当 λ_{\perp} 接近离子回旋半径 $\rho_s = \sqrt{m_i T_e} / e B_0$ 时，离子和电子对扰动场的响应就会有显著不同。由于电子回旋半径 $\rho_e = \sqrt{m_e T_e} / e B_0$ 远小于离子回旋半径 ($m_e \ll m_i$)，电子仍是紧紧束缚在磁力线上，而离子受磁场约束较弱，从而引起离子和电子的空间分离，

导致净余的空间电荷扰动，使原来纯静磁扰动的理想 Alfvén 波有了平行电场分量。这种电子和离子对电磁场不同的动力学响应，会产生动力学 Alfvén 波动。由上看出动力学 Alfvén 波必须包含垂直分量扰动 λ_{\perp} 。这使得使动力学 Alfvén 波的色散关系中出现 k_{\perp} 项。因而动力学 Alfvén 波总是有色散的。若进一步考虑3.2节介绍的非线性效应，则当由色散导致波包变宽的效应和由非线性导致波包变陡的效应达到平衡时，就会形成动力学 Alfvén 波动的孤立子结构。将这种孤立子结构称之为动力学 Alfvén 孤立波 (Solitary Kinetic Alfvén Waves, SKAWs)。

Hasegawa and Mima [1976] 最先利用动力学论指出了 Alfvén 孤立波的存在及其结构特点，并以此来解释太阳风中存在的大振幅磁场扰动。在 IC-B-1300, S3-3, DE1, Viking, Freja 等卫星上，探测到在地球极区的电离层和磁层中都存在普遍的低频电磁振荡，尤其是其中经常伴随短时标（亚秒级）的强电脉冲事件，这些事件通常被认为是动力学 Alfvén 孤立波的一些现象。

强电磁扰动是空间等离子体中非常普遍的活动现象，在日冕、太阳风和地球磁层、电离层中都有观测。因为这些现象在等离子体能量传输、转移等过程中起着重要的作用，所以在观测和理论上得到了深入的研究。动力学 Alfvén 孤立波，由于其可用于解释大振幅的电磁扰动和短时标的强电脉冲，而成为人们关注的热点。现已有许多从观测、理论和数值模拟方面研究动力学 Alfvén 孤立波的文章，使其在磁层、太阳大气和太阳风中都有广泛应用。

3.3 绝热条件下的动力学 Alfvén 孤波

本节主要介绍不同热力学过程中的动力学 Alfvén 孤立波 (SKAWs)。首先在3.3.1小节简要介绍 SKAWs 的应用以及为什么要研究不同热力学过程对 SKAWs 的影响。然后在3.3.2小节给出双流体基本方程并解出 Sagdeev 方程。在3.3.3小节采用小振幅近似对 Sagdeev 方程进行求解，得到小振幅条件下的 KAWs 的孤立波解。然后在3.3.4小节在共同参数下数值分析 SKAWs 随绝热指数 γ 的变化，并在3.3.5小节具体比较在绝热过程和等温过程中 SKAWs 的不同。最后在3.3.6小节总结和讨论本章的研究结果，并说明在哪些等离子体中需要考虑绝热修正。

3.3.1 SKAWs 的应用

动力学 Alfvén 孤立波和动力学 Alfvén 波一样都携带有非零的平行电场。由于平行电场能够有效的转换波与粒子的能量和动量，所以动力学 Alfvén 孤立波成为空间等离子体能量传输过程的重要研究对象之一，在空间等离子体中有广泛的应用。许多观测、理论和数值模拟方面的研究工作都表明动力学 Alfvén 孤立波在太阳风、磁层及其之间的交互区都有着重要的作用。

Hasegawa and Mima [1976]、Yu and Shukla [1978] 最先研究了 $\frac{m_e}{m_i} \ll \beta \ll 1$ (β 是等离子体的热压和磁压之比) 的等离子体中斜向传播的非线性动力学 Alfvén 波。他们的研究表明：在这种等离子体中可以形成动力学 Alfvén 波，在小振幅极限下，得到了具有密度隆起的压缩孤立子解。在这种等离子体中，电子热压力效应占优势，电子的惯性运动可忽略。Shukla et al. [1982]、Kalita and Kalita [1986] 和 Wu et al. [1995] 等人考察了 $\beta \ll \frac{m_e}{m_i}$ 的情况，他们得到具有密度塌陷的稀疏孤立子解。在这种等离子体中，电子的惯性运动将起主要作用，电子热压力效应可忽略。后来 Wu et al. [1996b] 等人推广到 $\beta \sim \frac{m_e}{m_i}$ 的情况，他们的结果显示：有同时伴随密度隆起和密度稀疏的孤立波存在，这与空间卫星观测一致。在这种等离子体中，电子热压梯度和惯性运动共同作用。最近，不少作者 [Wang et al., 1998; Wu and Chao, 2003; Wu and Wang, 1996] 把以上的研究推广到更为复杂的情况，他们考虑离子极化漂移、离子温度 [Roychoudhury and Chatterjee, 1998]、重离子 [Yang and Wu, 2005a,b,c]、带电尘埃离子 [Li et al., 2008] 等因素，这些研究的结果表明，在不同的等离子体参数范围内，可以形成密度塌陷或者密度隆起的局域结构以及这两种结构共存的情况。

在磁层等离子体中，动力学 Alfvén 孤立波被应用于极光的形成、带电粒子的场向加速、场向电流的形成、等离子体的局部加热，以及磁层-电离层耦合等磁层物理过程中。在太阳耀斑和太阳风中，动力学 Alfvén 孤立波被应用于粒子加热、波动传输、过渡层加热等物理过程中。Drake et al. [2006] 等人提出在磁场重联中 SKAWs 可能用来解释沿磁力线电子的加速。动力学 Alfvén 波不仅对电子加速，引起的离子的能化机制是各向异性的，而且对于不同种类粒子的加速程度也不同。由于极化漂移速度正比于粒子的荷质比，使动力学 Alfvén 波对重离子的加速显得尤为明显。这有助于理解在太阳日冕中观测到的高能重离子的

加热机制。最后，动力学 Alfvén 波还可广泛应用于其他一些情况。如 Wu et al. [2007] 提出可用 SKAWs 来理解太阳射电暴的一种新的精细结构——太阳微波漂移脉冲 (solar microwave drifting spikes) 的驱动爆发过程。

上述的研究都是在等温条件下 ($\gamma = 1$) 进行的，而事实上，绝热指数在不同的物理条件下会有显著变化。有很多文章讨论了绝热指数在不同空间环境中的取值 [Belmont and Mazelle, 1992; Hesse and Birn, 1992]，如在地球磁层 [Huang et al., 1989] 和行星际空间 [Totten et al., 1995]。另外 Baumjohann and Paschmann [1989] 指出在地球等离子体片中 $\gamma \approx 1.4$ 。Pudovkin et al. [1997] 等人发现在弓激波附近有效指数变化范围较大 $\gamma = 1.4 \sim 1.9$ ，而在磁鞘边界层可能取到 $\gamma < 1$ 。另外 γ 还呈现一定的各向异性，在不同的波长等条件下 γ_{\parallel} 和 γ_{\perp} 具有不同的值。因此，研究不同的绝热指数对动力学 Alfvén 孤立波的影响是必要的。

为此本节将在绝热条件下对动力学 Alfvén 孤立波进行研究，讨论不同的 γ 值对动力学 Alfvén 波性质的影响。本节从双流体模型出发，采用 Sagdeev 势方法，在小振幅近似下，对不同热力学条件下动力学 Alfvén 孤立波进行解析和数值研究。

3.3.2 基本方程和 Sagdeev 势

相对于等温情况 ($T = \text{constant}$)，绝热情况的温度是变化的。电子运动方程(3.80)中热压力 $p_e = n_e T_e$ 项引入了一个变量 T_e ，为了使方程组闭合，需多加入一个电子状态方程(3.85)。

设背景磁场 $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}$ ，斜向传播的波动矢量 $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_z \mathbf{e}_z$ 。因电子质量远小于离子质量 ($m_e \ll m_i$)，可忽略电子极化漂移运动 $v_{ex} = (m_e/eB_0^2)\partial_t E_x \approx 0$ 和质子场向运动 $dv_{iz}/dt = F/m_i \approx 0$ 。并假设电子温度远大于离子温度 $T_e \gg T_i \approx 0$ ，使等离子体温度 $T = T_e$ 。在绝热过程中，描述动力学 Alfvén 孤立波的双流体方程组及电磁扰动方程写为如下形式 [Wu, 2003a]:

$$\partial_t n_e + \partial_z (n_e v_{ez}) = 0 \quad (3.78)$$

$$\partial_t n_i + \partial_x (n_i v_{ix}) = 0 \quad (3.79)$$

$$(\partial_t + v_{ez} \partial_z) v_{ez} = -\frac{e}{m_e} E_z - \frac{1}{m_e n_e} \partial_z (n_e T_e) \quad (3.80)$$

$$v_{ix} = \frac{m_i}{eB_0^2} \partial_t E_x \quad (3.81)$$

$$\partial_z E_x - \partial_x E_z = -\partial_t B_y \quad (3.82)$$

$$\partial_x B_y = -\mu_0 e n_e v_{ez} \quad (3.83)$$

$$n_e = n_i = n \quad (3.84)$$

$$(\partial_t + v_{ez} \partial_z)(n_e^{1-\gamma} T_e) = 0 \quad (3.85)$$

其中下标 e 、 i 分别代表电子和离子。对密度 n 、速度 v 、磁场 \mathbf{B} 和电场 \mathbf{E} 分别用背景粒子数密度 n_0 、Alfvén 速度 v_{A0} 、背景磁场 B_0 和 $T_{e0} \Omega_{i0} / e v_A$ 做归一化。其中 T_{e0} 是背景电子温度， Ω_{i0} 是背景离子回旋频率。

将孤立波看作是非线性波方程在行波坐标系中局域化的静态平衡解。引入行波坐标 $\eta = k_x x + k_z z - \omega t$ ，将上述方程组化简为：

$$d_\eta [n(k_z v_{ez} - \omega)] = 0 \quad (3.86)$$

$$d_\eta [n(k_x v_{ix} - \omega)] = 0 \quad (3.87)$$

$$(k_z v_{ez} - \omega) d_\eta v_{ez} = -\alpha (E_z + \frac{k_z}{n} d_\eta (nT)) \quad (3.88)$$

$$v_{ix} = -Q \alpha \omega d_\eta E_x \quad (3.89)$$

$$Q \alpha d_\eta (k_z E_x - k_x E_z) = \omega d_\eta B_y \quad (3.90)$$

$$k_x d_\eta B_y = -n v_{ez} \quad (3.91)$$

$$(v_{ez} k_z - \omega)(n^{1-\gamma} T) = 0 \quad (3.92)$$

式中 $Q = m_e / m_i$ ， $\alpha = \beta / 2Q$ ， $\beta = n T_e / (B_0^2 / 2\mu_0)$ 为等离子体热压和磁压之比。

在 $\alpha \ll 1$ 时，磁压远远大于等离子体热压。电子的热效应很弱 [Kalita and Kalita, 1986; Shukla et al., 1982]，电子的热压力梯度项可以忽略。此时讨论绝热修正意义不大。在 $\alpha \gg 1$ 时，平行电场主要有电子热压力梯度来平衡 [Hasegawa and Mima, 1976; Yu and Shukla, 1978]。因此，本节只研究 $\alpha \gg 1$ 的情况，将方程(3.88)左边的电子惯性忽略。

利用孤立波的局域边界条件:

$$\lim_{|\eta| \rightarrow \infty} d_\eta = \lim_{|\eta| \rightarrow \infty} v_{ez} = \lim_{|\eta| \rightarrow \infty} v_{ix} = 0 \quad (3.93)$$

$$\lim_{|\eta| \rightarrow \infty} n = \lim_{|\eta| \rightarrow \infty} T = 1 \quad (3.94)$$

可以得到 Alfvén 孤立波的 Sagdeev 方程:

$$\frac{1}{2}(d_\eta n)^2 + S(n, M_z, k_x) = 0 \quad (3.95)$$

其中 Sagdeev 势为:

$$S(n, M_z, k_x) = \frac{1}{Q\alpha\gamma k_x^2} \left[n^{2-\gamma} \left(\frac{1}{\gamma-2} - \frac{1+M_z^2}{\gamma-1}n + \frac{M_z^2}{\gamma}n^2 \right) + n^{4-2\gamma} \frac{M_z^2(\gamma-2) - \gamma}{\gamma(\gamma-1)(\gamma-2)} \right] \quad (3.96)$$

这里 $M_z \equiv \omega/k_z$ 为波动在平行方向的相速度。由于速度用 v_{A0} 做过归一化, 因此 M_z 实际为 Alfvén 马赫数。

3.3.3 小振幅 SKAWs

方程(3.95)很难得到解析解, 因此本节考虑小振幅近似。取相对密度扰动为 $N = n - 1$, 将 $S(n, M_z, k_x)$ 展开至 N 的 3 次幂, 有:

$$S(N, M_z, k_x) = \frac{1}{\gamma\alpha Q k_x^2} \left[\frac{1}{2}(M_z^2 - 1)N^2 + \frac{1}{3}[2M_z^2(2 - \gamma) + 2\gamma - 3]N^3 \right] \quad (3.97)$$

这里若取 $\gamma = 1$ 有:

$$S(N, M_z, k_x) = \frac{1}{\alpha Q k_x^2} \left[\frac{1}{2}(M_z^2 - 1)N^2 + \frac{1}{3}[2M_z^2 - 1]N^3 \right] \quad (3.98)$$

这与 Hasegawa and Mima [1976] 在等温情况下得到的展开式完全相同, 从而证明了本节研究结果的正确性。

将(3.97)代入(3.95), 可化简为 KdV 方程的形式

$$(d_\eta N)^2 = \frac{4}{D^2} N^2 \left(1 - \frac{N}{N_m} \right) \quad (3.99)$$

易求得其孤立子解为:

$$N = N_m \operatorname{sech}^2 \frac{\eta}{D} \quad (3.100)$$

其中孤立波结构的振幅为

$$N_m = n_n - 1 = -\frac{3}{2} \frac{M_z^2 - 1}{2M_z^2(2 - \gamma) + 2\gamma - 3} \quad (3.101)$$

特征宽度为

$$D = \sqrt{\frac{6\gamma\alpha Q}{N_m}} \quad (3.102)$$

将以上结果代入方程组, 可求得孤立波结构内垂直于磁场方向的扰动电磁场分别为:

$$E_x = -\frac{D}{Q\alpha k_x} \sqrt{\frac{N_m}{1 + N_m}} \operatorname{arccoth}\left(\sqrt{\frac{1 + N_m}{N_m}} \coth \frac{\eta}{D}\right) \quad (3.103)$$

$$B_y = -\frac{D}{k_x} M_z N_m \tanh \frac{\eta}{D} \quad (3.104)$$

平行于背景磁场的扰动电场为

$$E_z = \frac{2\gamma k_z}{D} N_m (N_m + ch^2 \frac{\eta}{D})^{\gamma-2} ch^{2-2\gamma} \frac{\eta}{D} \tanh \frac{\eta}{D} \quad (3.105)$$

3.3.4 SKAWs 随绝热指数的变化

由以上公式可以看出, 动力学 Alfvén 孤立波的波动形状和扰动电磁场的大小都与 γ 有关。为了对 γ 的影响有一直观了解, 本小节给出动力学 Alfvén 孤立波的各参量随 γ 的变化图。

关于图例其他参数的选择: 由于本节主要研究 $\alpha \gg 1$ 的情况, 取 $\alpha = 10$ 。此时会形成亚 Alfvén 速的密度隆起型孤立波, 取 Alfvén 马赫数 $M_z^2 = 0.8$ 。另外由于动力学 Alfvén 是准垂直于磁场 $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ 方向传播的, 取波矢 \mathbf{k} 方向与磁场成 89° 。从而有 $k_x = \sin 89^\circ$, $k_z = \cos 89^\circ$ 。在这些共同参数下, 来研究孤立波结构与 γ 的关系。

图 3.3 是不同 γ 值下孤立波结构的振幅和宽度。由图可以看出随着 γ 的增大孤立波振幅变小、宽度变大。即孤立波结构随 γ 增大而变“矮胖”。

图 3.4 为动力学 Alfvén 孤立波结构内的扰动电磁场振幅随 γ 的变化。其中

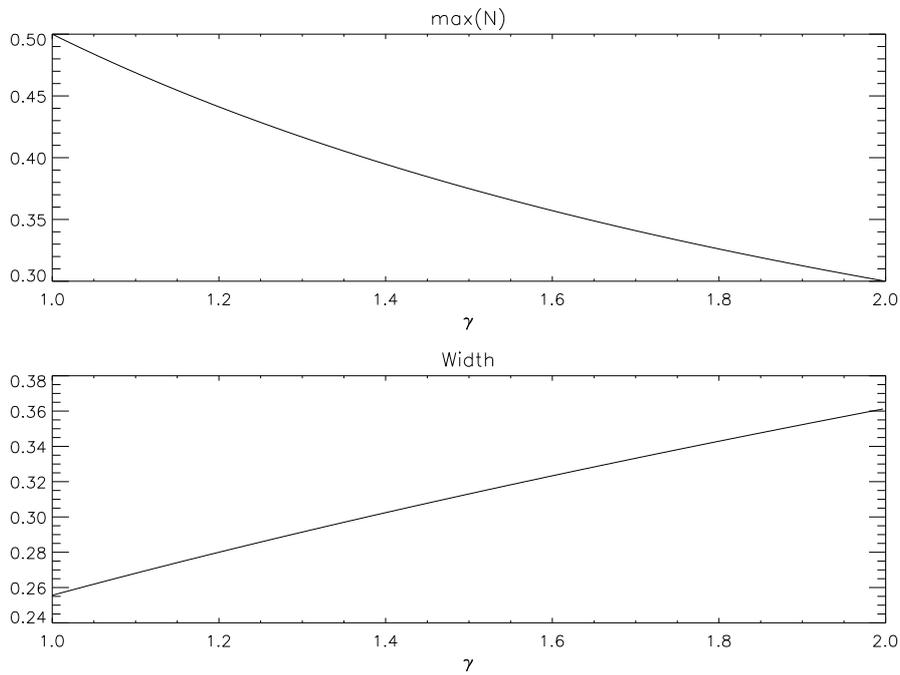


图 3.3 SKAWs 的振幅和宽度随 γ 的变化

E_x 和 B_y 分别为垂直方向的扰动电场的磁场， E_z 为平行方向的扰动电场。由图可以看出孤立波的垂直扰动分量随着 γ 的增大而增大，而平行扰动电场随着 γ 的增大而减小。

3.3.5 绝热和等温过程中的 SKAWs

绝热指数 $\gamma = C_p/C_V = (D + 2)/D$ ，其中 D 表示系统自由度。一般 $\gamma = 1 \sim 2$ 之间。在三个自由度的空间中 $\gamma = 5/3$ ，此时系统的热变化称为绝热过程。在绝热过程中，系统能量守恒，与外界没有热量交换。但是当系统达到热平衡的速度远大于系统变化速度时，该系统近似于时刻处在热平衡的状态，即系统感受到的温度为常数。此时系统的热变化过程称为等温过程，其 $\gamma = 1$ 。等温过程是通过与外接进行热交换来保持恒温的，因此等温过程需要从外界获得能量的。

在以往动力学 Alfvén 孤立波的研究中，为了简便常将系统看做是等温过程。但实际过程中 γ 随不同的物理条件而变化。下面对在等温和绝热两种不同的热力学过程中的动力学 Alfvén 孤立波特征进行对比。

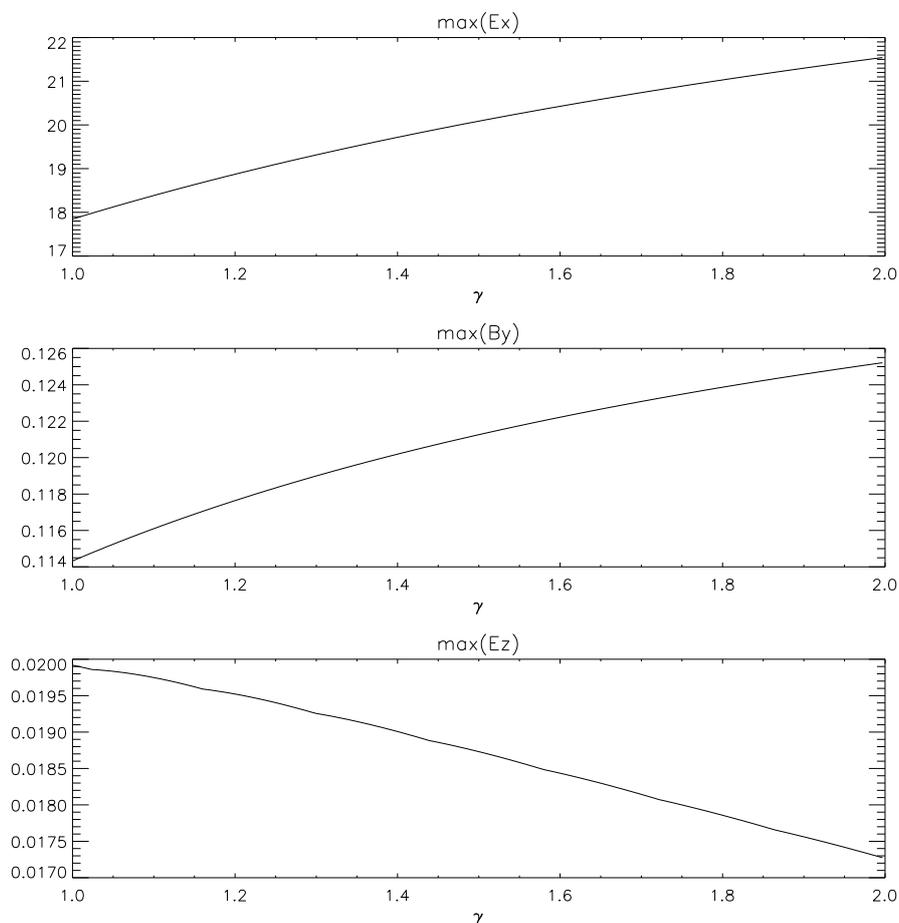


图 3.4 SKAWs 的垂直扰动 E_x 、 B_y 和平行扰动 E_z 的振幅随 γ 的变化

图 3.5和图 3.6分别给出了动力学 Alfvén 孤立波的 Sagdeev 势和扰动密度的隆起结构，实线代表绝热过程 $\gamma = 5/3$ ，虚线代表等温过程 $\gamma = 1$ 。由图 3.5可以看出：绝热过程的 Sagdeev 势比等温过程小，即绝热过程的动力学 Alfvén 孤立波携带的能量相对较少。这就导致了图 3.6中绝热过程的孤立波振幅较小，使绝热过程的孤立波结构比等温过程的“矮胖”。其中振幅下降率为 31%，特征宽度增加 55%。变化率计算公式为：

$$\frac{N_{max}(\gamma = \frac{5}{3}) - N_{max}(\gamma = 1)}{N_{max}(\gamma = 1)} \quad (3.106)$$

另外图 3.6显示在 $\alpha \gg 1$ 的条件下动力学 Alfvén 孤立波为密度隆起的压缩型孤立波，图 3.5的 Sagdeev 势特征也与 KdV 方程的压缩性孤波 (图 3.2) 相同。这一

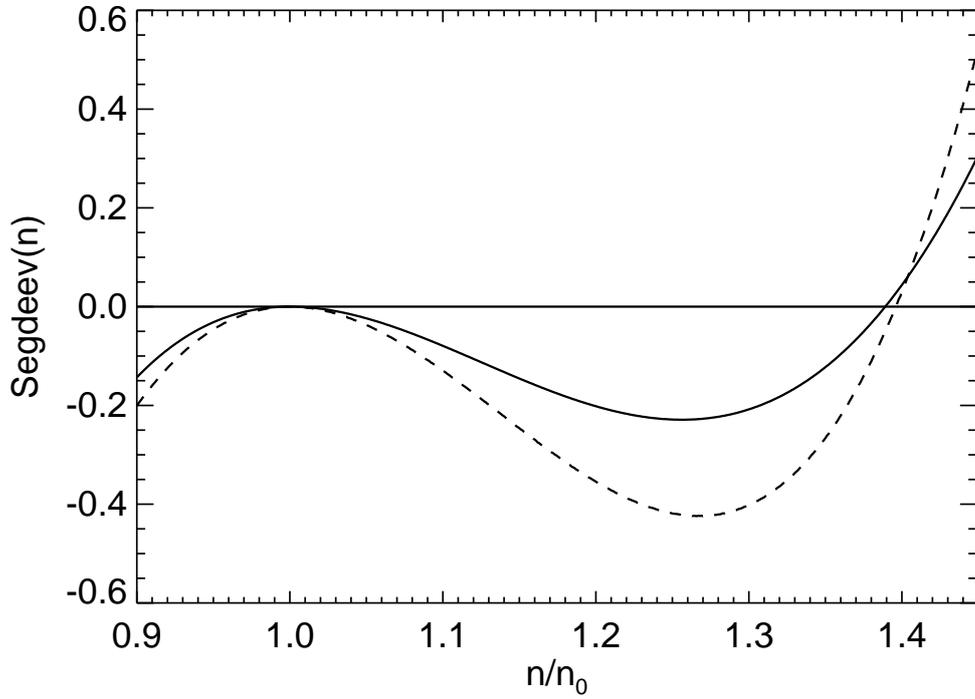


图 3.5 SKAWs 的 Sagdeev 势函数 (实线 $\gamma = \frac{5}{3}$ 虚线 $\gamma = 1$) [Chai and Li, 2009]

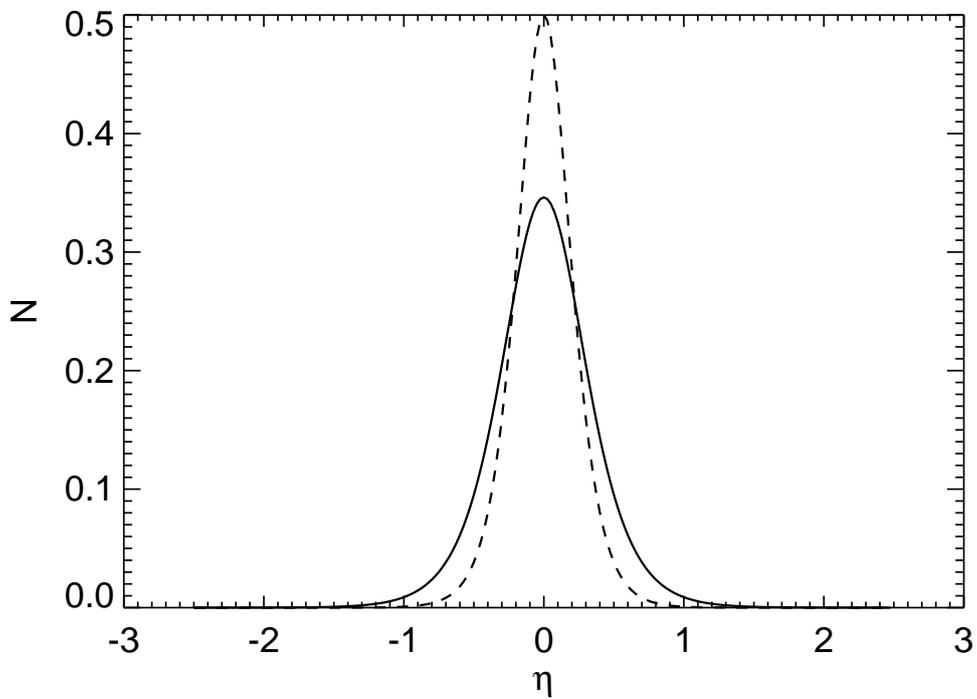


图 3.6 SKAWs 的密度隆起结构 (实线 $\gamma = \frac{5}{3}$ 虚线 $\gamma = 1$) [Chai and Li, 2009]

结果与Hasegawa and Mima [1976] 的结果相一致。

图 3.7和图 3.8为动力学 Alfvén 孤立波结构内垂直方向的扰动电场 E_x 和扰动磁场 B_y 的分布。实线和虚线分别代表绝热和等温情况。由图可以看出，绝热过程中的垂直方向的扰动电磁场比等温过程中的大，其中 E_x 增加了 16% 和 B_y 增加了 7%。这说明相比于等温过程，在绝热过程中需要更大的扰动场才能触发和启动动力学 Alfvén 孤立波。

图 3.9为动力学 Alfvén 孤立波结构内平行方向的扰动电场 E_z 的分布，其中实线和虚线分别代表绝热和等温情况。由图可以看出，在相同参数下绝热过程中的平行电场 E_z 比等温情况减小 8%。

动力学 Alfvén 孤立波应用最广泛的性质就是其平行电场可以加速电子，所以在观测中经常需要通过当地等离子体的参数来估算可能产生的平行电场数值，并以此来判断动力学 Alfvén 孤立波是否是产生观测到的大电场扰动或高能电子的原因。因而平行电场的计算公式，对解释观测现象时至关重要。本节的研究结果显示，在等离子体系统处于绝热过程时，需对由等温假设给出的计算公式做出修正。

3.3.6 总结和讨论

温度为变量的情况下，本节在双流体方程组中加入状态方程，解出了动力学 Alfvén 波的孤立子解。在共同参数 $\alpha = 10$ ， $M_z^2 = 0.8$ ， $\theta(\mathbf{B}_0, \mathbf{k}) = 89^\circ$ 下，分析了动力学 Alfvén 孤立波性质随绝热指数 γ 的变化情况，特别比较了绝热过程和等温过程中的动力学 Alfvén 孤立波。得出以下结论：

1. 随着 γ 的增加动力学 Alfvén 孤立波的振幅减小、宽度增加。其中绝热过程相比于等温过程，孤立波振幅减小 31%，宽度增大 55%。
2. 动力学 Alfvén 孤立波平行方向的扰动电场 E_z 随着 γ 的增大而减小。绝热过程相比于等温过程，平行电场的振幅减小了 8%。
3. 动力学 Alfvén 孤立波垂直方向的扰动电磁场 E_x 和 B_y 随着 γ 的增大而增大。绝热过程相比于等温过程， E_x 振幅增加了 16%， B_y 振幅增加了 7%。

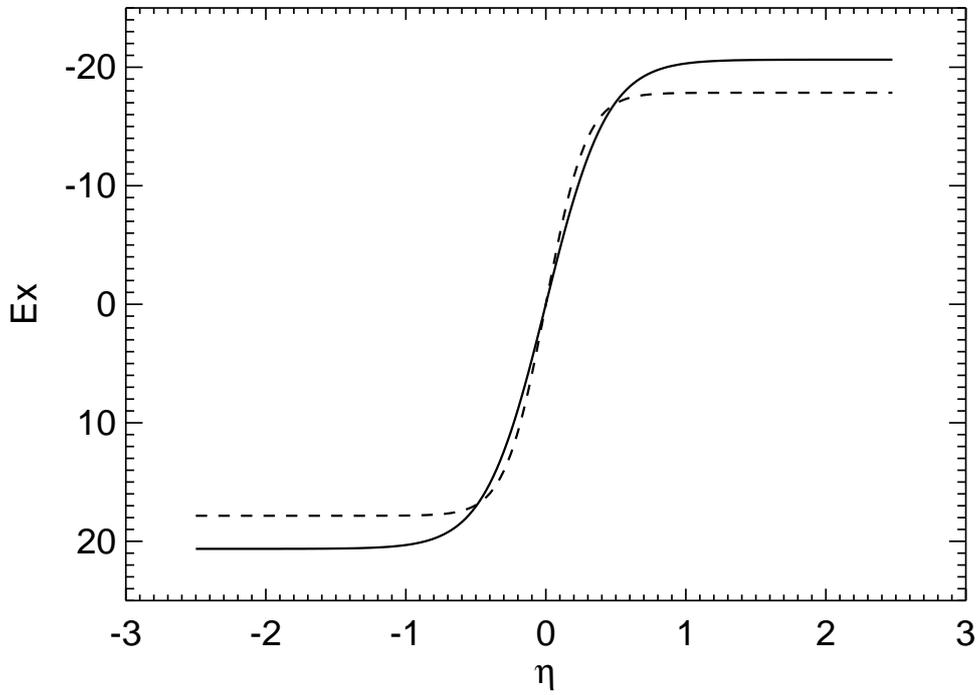


图 3.7 SKAWs 的垂直扰动电场 E_x (实线 $\gamma = \frac{5}{3}$ 虚线 $\gamma = 1$)[Chai and Li, 2009]

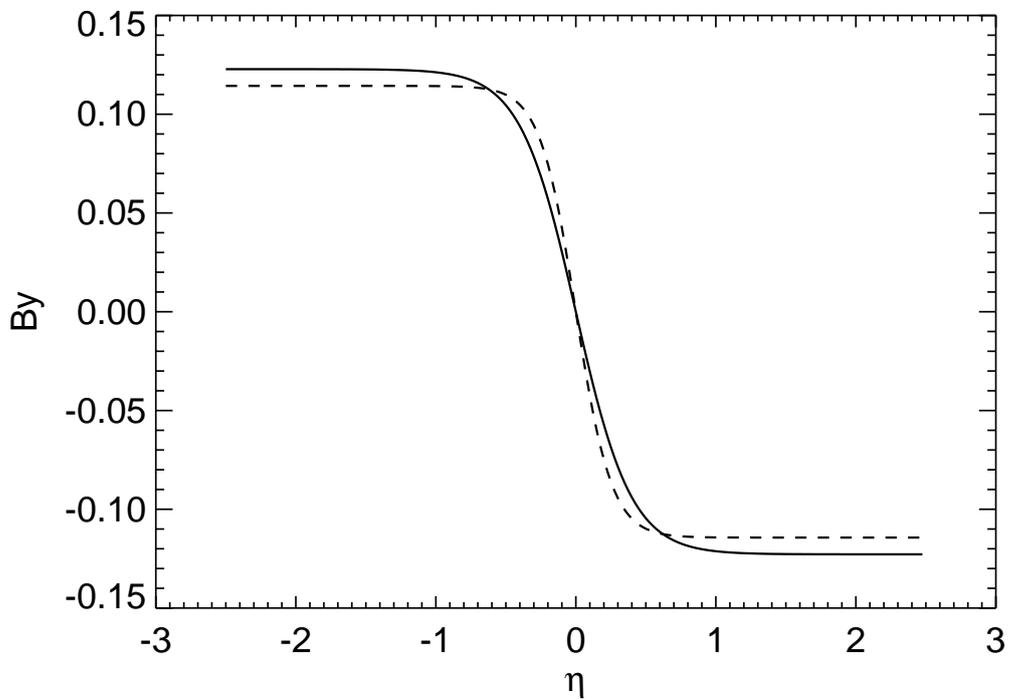


图 3.8 SKAWs 的垂直扰动电场 B_y (实线 $\gamma = \frac{5}{3}$ 虚线 $\gamma = 1$)[Chai and Li, 2009]

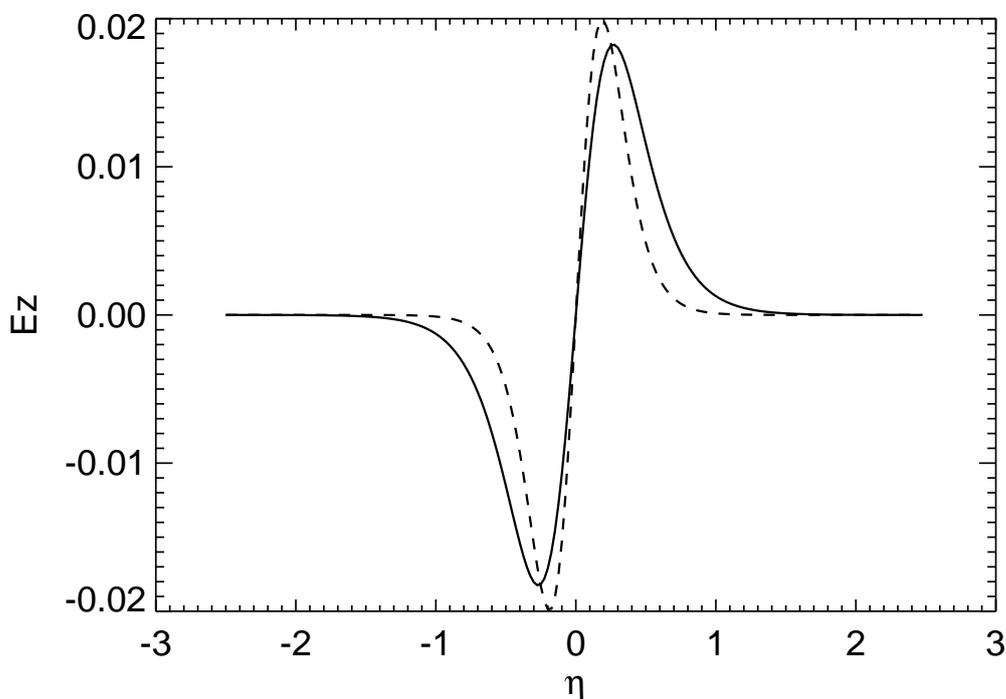


图 3.9 SKAWs 的平行扰动电场 E_z (实线 $\gamma = \frac{5}{3}$ 虚线 $\gamma = 1$)[Chai and Li, 2009]

从能量守恒的观点来分析以上结论：由于绝热过程与外界没有能量交换，所以没有能量输入；而等温过程是通过从外界交换能量来达到热力学平衡的，所以等温过程常通过从外界获得能量来保持温度恒定不变。因此绝热过程中由于系统没有能量输入，使由波动能量决定的波动振幅比等温情况下要小。由于系统能量少、温度低，造成绝热过程中系统的热压力比等温过程小，从而使由热压力梯度项提供的平行电场也比等温过程小。同时系统自由能少，意味着外界需要提供更大的扰动场才能触发 Alfvén 波动。所以在本节的结果中，才会看到垂直方向的扰动电磁场 E_x 和 B_y ，绝热过程都比等温过程的大。从能量守恒角度得出的结论与本节从计算中得到的结论，在定性上是相符的。

由于不同热力学过程而引起的波动特征修正，主要来自于不同 γ 值对电子热压力的改变。在太阳风和地磁层极区的等离子体中，常有 $\alpha = \beta/(m_e/m_i) \gg 1$ 。因而在这些等离子体中，电子热压力梯度是提供动力学 Alfvén 波平行电场的主要来源。所以在这些等离子体中需考虑不同热力学过程的修正。如在 $\alpha = 10$ ， $M_z^2 = 0.8$ ， $\theta(\mathbf{B}_0, \mathbf{k}) = 89^\circ$ 的等离子体中参数和 Alfvén 波参数下，绝热过程相

比于等温过程，孤立波密度隆起的振幅会减小 31%，平行电场振幅也会减小 8%，其绝热条件的对等温条件的修正是显著的。因此在这些等离子体中研究动力学 Alfvén 孤立波性质时，不能直接采用等温假设，需考虑不同 γ 对动力学 Alfvén 孤立波的修正。

在 $\alpha \ll 1$ 的等离子体中，电子的热效应本身就很弱，所以由不同热力学过程引起的修正可忽略。在这种等离子体中，动力学 Alfvén 波动的平行电场主要有电子惯性项提供。如在具有强磁场的太阳大气和极光区中，主要会形成惯性 Alfvén 波，因此等温假设在这些等离子体中仍然适用。如 Wu and Chao [2003]; Wu and Fang [2003] 关于孤立阿尔芬波在极光、太阳大气加热等的文章所得的结果并不需修正。

3.4 小结

动力学 Alfvén 波和动力学 Alfvén 孤立波，由于可以携带一个平行与磁场发现的电场扰动量，使 Alfvén 波与粒子之间可以发生有效的能量交换。动力学 Alfvén 可以通过平行电场将携带的磁能转换成带电粒子的动能和热能，从而达到加速、加热粒子的效果。而动力学 Alfvén 孤立波，由于其大振幅可以解释卫星观测到的强电磁扰动，而受到了广泛细致的研究。以往的研究中，为了数学简化而常采用等温假设。但实际的等离子体过程并不一定满足等温平衡的条件，因而本章在绝热条件下研究了动力学 Alfvén 孤立波的性质。并通过对比等温过程的结果发现：

在满足 $\beta \gg m_e/m_i$ 的太阳风或磁层极区的等离子体中，由于绝热过程无法从外界得到能量，而使其内传播的动力学 Alfvén 孤立波振幅减小，从而使其产生的平行电场数值也会明显下降。因此在研究和估算空间等离子体中动力学 Alfvén 孤立波加速粒子的能力时，不能直接采用等温假设，需考虑绝热修正。

第四章 总结与研究展望

磁场重联和动力学 Alfvén 波都是空间物理学的重要研究对象。磁场重联作为一种能量快速释放的过程，它能够引起磁场拓扑结构和等离子体密度、速度的剧烈变化，这些变化会激发各种不稳定性的大量波动。Alfvén 波作为磁化等离子体中最基本的三种波模之一，承担着传输系统多余磁能的任务。小尺度的动力学效应能够使 Alfvén 波变得有色散，并具有平行于磁场方向的电场扰动，该平行电场能够有效的将 Alfvén 波动的能量转化为粒子的动能和热能。因此磁场重联激发的低频波动和色散 Alfvén 波可能同时作用，在等离子体中形成高能电子，从而可应用于解释在地球磁层极区和太阳大气中激发的极光现象和硬 X 射线等现象。

4.1 总结

本文围绕磁场重联激发的低频波动和色散 Alfvén 波能化电子的过程进行了研究。首先，采用二维混杂模拟研究了磁场重联中激发的低频波动特性。然后，采用理论分析的方法研究了不同热力学过程中的动力学 Alfvén 孤立波性质。

1. 磁场重联激发的低频波动

本文第二章采用混杂模拟程序研究了磁场重联激发的低频波动。在重联达到准稳态后，采用快速傅里叶分析和最小方差法，对随体坐标系中的磁场和电场时间序列进行了分析，得到了波动的频谱、传播方向和旋转方向等性质。并对重联各区域内的波动性质进行了比较，本文的主要结论有：

- (a) 重联入流区内和分界线附近的波动准平行于磁场传播；偏振方向为左旋；频率向高频移动，主峰常常高于 $0.5\Omega_p$ 。说明重联入流区波动以 Alfvén 离子回旋波为主。

- (b) 重联出流区内的波动传播方向近似各向同性；偏振方向大体为左旋，但有很多反转或无明显旋转的复杂结构；波动能量大，频率集中在 $0 \sim 0.3\Omega_p$ 附近。说明出流区的波动以湍动为主，并伴随有 Alfvén 离子回旋波。
- (c) 重联出流区大尺度湍动会引起 Hall 四极场出现反四极结构的分布，这可以解释观测到的一些与 Hall 理论方向相反的四极分布。

本文研究结果中波动频谱分布与 Cluster 在高纬极尖区和 Cassini 在磁尾的一些观测是相符的，波动的左旋特性与 Hu and Denton [2009] 利用混杂模拟研究波动的结果也基本相符。

2. 不同热力学过程中的动力学 Alfvén 孤立波

本文第三章研究了不同热力学过程对动力学 Alfvén 孤立波的影响。本文在绝热指数 γ 为变量时，从双流体模型出发，在行波坐标系下解得了 Sagdeev 势，并在小振幅近似下得到了动力学 Alfvén 波的孤立子解。本文通过数值方法分析了在共同参数取 $\alpha = 10$, $M_z^2 = 0.8$, $\theta(\mathbf{B}_0, \mathbf{k}) = 89^\circ$ 时，动力学 Alfvén 孤立波随着 γ 的变化情况，并对比了在绝热过程 $\gamma = 5/3$ 和等温过程 $\gamma = 1$ 中动力学 Alfvén 孤立波的差别大小。本文的主要结论有：

- (a) 随着 γ 的增加动力学 Alfvén 孤立波的振幅减小、宽度增加。其中绝热过程相比于等温过程，孤立波振幅减小 31%，宽度增大 55%。
- (b) 动力学 Alfvén 孤立波平行方向的扰动电场 E_z 随着 γ 的增大而减小。绝热过程相比于等温过程，平行电场的振幅减小了 8%。
- (c) 动力学 Alfvén 孤立波垂直方向的扰动电磁场 E_x 和 B_y 随着 γ 的增大而增大。绝热过程相比于等温过程， E_x 振幅增加了 16%， B_y 振幅增加了 7%。

以上结果可以用能量守恒来给出解释：由于等温过程可以从外界得到能量而绝热过程不能，所以绝热过程中象征能量的波动振幅和平行电场扰动都比等温过程小，而作为触发波动的垂直方向扰动量则需要更大才能激发波动。

本文的研究结果表明在满足 $\beta \gg m_e/m_i$ 的等离子体中绝热修正是重要的。因而在太阳风或磁层极区的等离子体中，不能直接采用等温假设，而需考虑绝热修正。

4.2 研究展望

本文从混杂模拟的方法研究了磁场重联激发的低频波动，用双流体方法研究了不同热力学过程中的动力学 Alfvén 孤立波。在这些研究中我们得到了一些结论，但同时也发现很多问题需要继续探讨和研究。

下面对这些问题进行具体称述：

1. 我们用混杂模拟程序研究了磁场重联激发的波动。但是混杂模拟中只将离子看做粒子，而将电子看做无质量的流体，因而我们的研究中离子的动力学效应较强，而无法体现电子动力学效应对波动的影响。因而我们只能研究低频段波动，而无法研究电子频段的波动。这是我们研究方法的不足，在以后的工作中可以尝试采取其他模拟方法来继续研究磁场重联激发的其他波段波动。
2. 我们研究了磁场重联激发的波动，但是波动也与磁场重联的触发有着重要联系，特别是哨声波对重联扩散区的影响。因此，在以后的工作中我们可以采用粒子模拟等方法来研究重联触发前与重联过程中的波动性质。
3. 我们用双流体方法研究不同热力学过程中动力学 Alfvén 孤立波。首先动力学效应在 Vlasov 方程中能够得到更好体现，其次热力学过程与粒子的速度分布有关。流体假设隐含了粒子速度是 Boltzmann 平衡态分布。因此可以尝试利用 Vlasov 方法，研究粒子不同速度分布对动力学波动的影响。同时还可研究粒子速度各向异性对动力学 Alfvén 波动的影响。
4. 尽管已有大量文章对动力学 Alfvén 波进行了研究，但其中仍有一些基础问题不是很明确。如垂直方向和平行方向的扰动是通过怎样的机制耦合在一起的。动力学 Alfvén 波动是通过平行电场直接加速带电粒子，还是通过平行电场将粒子捕获或反射使其具有与 Alfvén 波相同的速度。
5. Alfvén 波传播过程中可以改变粒子在垂直于磁场方向速度分布，使其呈现被加热的现象。但是当 Alfvén 离开时粒子分布会如何发展，怎样的波普分布才能真正加热一部分等离子体。

6. 采用多流体方法或动力学方法来研究等离子体中各种波动的色散关系。同时研究等离子体波动的波波耦合和波动串级 (cascade) 对各种波动频谱的分布有怎样的影响, 这些效应又是否与粒子的加热有关。
7. 用粒子模拟的方法来研究动力学 Alfvén 波中的平行电场或电子加速效应。

参考文献

- 周国成, 曹晋滨, 王德驹, 蔡春林 (2004). 无碰撞等离子体电流片中的低频波. *物理学报* 53(8), 2644.
- 王德焯, 吴德金, 黄光力 (2000). 空间等离子体中的孤波. 非线性科学丛书. 中国上海: 上海科技教育出版社.
- Alfvén, H. (1943). On the Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves. *Arkiv for Astronomi* 29, 1–7.
- Alfvén, H. (1968). Some properties of magnetospheric neutral surfaces. *Journal of Geophysical Research* 73(13), 4379–4381.
- Axford, W. I. (1984). Magnetic field reconnection. In *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas*, Volume 30 of *Geophys. Monogr. Ser.*, pp. 1–8. Washington, DC: AGU.
- Baumjohann, W. G. Paschmann (1989). Determination of the polytropic index in the plasma sheet. *Geophysical Research Letters* 16(4), 295–298.
- Belcher, J. W. L. Davis, Jr. (1971). Large-amplitude Alfvén waves in the interplanetary medium, 2. *Journal of Geophysical Research* 76, 3534.
- Bellan, P. M. (2006). *Fundamentals Of Plasma Physics*. Cambridge University Press.
- Bellan, P. M. (2012). Improved basis set for low frequency plasma waves. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* 117(A16), 12219.
- Belmont, G. C. Mazelle (1992). Polytropic indexes in collisionless plasmas - theory and measurements. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 97(A6), 8327–8336.
- Biskamp, D. (1986). Magnetic reconnection via current sheets. *Physics of Fluids* 29(5), 1520–1531.
- Biskamp, D. (1996). Magnetic reconnection in plasmas. *Astrophysics and Space Science* 242, 165–207.
- Biskamp, D. H. Welter (1989). Dynamics of decaying two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence. *Physics of Fluids B* 1, 1964–1979.

- Bogdanov, A. T., K. H. Glassmeier, G. Musmann, M. K. Dougherty, S. Kellock, P. Slootweg, B. Tsurutani (2003). Ion cyclotron waves in the earth's magnetotail during cassini's earth swing-by. *Annales Geophysicae* 21(10), 2043–2057.
- Borg, A. L., M. Oieroset, T. D. Phan, F. S. Mozer, A. Pedersen, C. Mouikis, J. P. McFadden, C. Twitty, A. Balogh, H. Reme (2005). Cluster encounter of a magnetic reconnection diffusion region in the near-Earth magnetotail on September 19, 2003. *Geophysical Research Letters* 32(19), L19105.
- Broughton, M. C., M. J. Engebretson, K. H. Glassmeier, Y. Narita, A. Keiling, K. H. Fornacon, G. K. Parks, H. Reme (2008). Ultra-low-frequency waves and associated wave vectors observed in the plasma sheet boundary layer by cluster. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 113(A12), A12217.
- Chai, L. Y. Li (2009). Solitary kinetic alfvén waves in adiabatic process. *Physics of Plasmas* 16(12), 122309.
- Chai, L., Y. Li, S. Wang, C. Shen (2012). Low-frequency waves in magnetic reconnection. *Chinese Science Bulletin* 57(12), 1461–1466.
- Chaston, C. C., C. W. Carlson, W. J. Peria, R. E. Ergun, J. P. McFadden (1999). FAST Observations of Inertial Alfvén Waves in the Dayside Aurora. *Geophysical Research Letters* 26, 647–650.
- Chaston, C. C., Y. D. Hu, B. J. Fraser (1999). Electromagnetic ion cyclotron waves in the near-earth magnetotail. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 104(A4), 6953–6971.
- Cirtain, J. W., L. Golub, L. Lundquist, A. van Ballegoijen, A. Savcheva, M. Shimojo, E. DeLuca, S. Tsuneta, T. Sakao, K. Reeves, M. Weber, R. Kano, N. Narukage, K. Shibasaki (2007). Evidence for Alfvén Waves in Solar X-ray Jets. *Science* 318, 1580.
- Cowley, S. W. H. (1976). Comments on the merging of nonantiparallel magnetic fields. *Journal of Geophysical Research* 81(19), 3455–3458.
- Drake, J. F. (1995). Magnetic reconnection: A kinetic treatment. In P. Song, B. U. Sonnerup, and M. F. Thomsen (Eds.), *Physics of the Magnetopause*, Volume 90 of *Geophys. Monogr. Ser.*, pp. 155–165. Washington, DC: AGU.
- Drake, J. F., M. Swisdak, H. Che, M. A. Shay (2006). Electron acceleration from contracting magnetic islands during reconnection. *Nature* 443(7111), 553–556.
- Dungey, J. W. (1961). Interplanetary magnetic field and the auroral zones. *Phys. Rev. Lett.* 6, 47–48.

- Dungey, J. W. (1963). Interactions of solar plasma with the geomagnetic field. *Planetary and Space Science* 10(0), 233 – 237.
- Echer, E., W. Gonzalez, M. V. Alves (2006). Minimum variance analysis of interplanetary coronal mass ejections around solar cycle 23 maximum (1998-2002). *Solar Physics* 233(2), 249–263.
- Ergun, R. E., L. Andersson, D. Main, Y.-J. Su, D. L. Newman, M. V. Goldman, C. W. Carlson, J. P. McFadden, F. S. Mozer (2002). Parallel electric fields in the upward current region of the aurora: Numerical solutions. *Physics of Plasmas* 9(9), 3695–3704.
- Fletcher, L. H. S. Hudson (2008, March). Impulsive Phase Flare Energy Transport by Large-Scale Alfvén Waves and the Electron Acceleration Problem. *Astrophysical Journal* 675, 1645–1655.
- Forbes, T. G. (2001). The nature of Petschek-type reconnection. *Earth, Planets, and Space* 53, 423–429.
- Fujimoto, M. (1991). *Instabilities in the magnetopause velocity shear layer*. Ph. D. thesis, U.Tokyo, Tokyo, Japan.
- Galeev, A. A. L. M. Zelenyi (1976). Tearing instability in plasma configurations. *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki* 70, 2133–2151.
- Giovanelli, R. G. (1946). A Theory of Chromospheric Flares. *Nature* 158, 81–82.
- Giovanelli, R. G. (1947). Magnetic and electric phenomena in the sun's atmosphere associated with sunspots. *Monthly Notices of The Royal Astronomical Society* 107, 338.
- Goertz, C. K. R. W. Boswell (1979). Magnetosphere-ionosphere coupling. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 84(A12), 7239–7246.
- Gosling, J. T., J. Birn, M. Hesse (1995). Three-dimensional magnetic reconnection and the magnetic topology of coronal mass ejection events. *Geophysical Research Letters* 22(8), 869–872.
- Hasegawa, A. K. Mima (1976). Exact solitary Alfvén wave. *Physical Review Letters* 37(11), 690–693.
- He, J.-S., Q.-G. Zong, X.-H. Deng, C.-Y. Tu, C.-J. Xiao, X.-G. Wang, Z.-W. Ma, Z.-Y. Pu, E. Lucek, A. Pedersen, A. Fazakerley, N. Cornilleau-Wehrin, M. W. Dunlop, H. Tian, S. Yao, B. Tan, S.-Y. Fu, K.-H. Glassmeier, H. Reme, I. Dandouras, C. P. Escoubet (2008). Electron trapping around a magnetic null. *Geophysical Research Letters* 35, 14104.
- Hesse, M. J. Birn (1992). 3-dimensional MHD modeling of magnetotail dynamics for different polytropic indexes. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 97(A4), 3965–3976.

- Horowitz, E. J., D. E. Shumaker, D. V. Anderson (1989). Qn3d: A three-dimensional quasi-neutral hybrid particle-in-cell code with applications to the tilt mode instability in field reversed configurations. *Journal of Computational Physics* 84(2), 279–310.
- Hu, Y. R. E. Denton (2009). Two-dimensional hybrid code simulation of electromagnetic ion cyclotron waves in a dipole magnetic field. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 114, A12217.
- Huang, C. Y., C. K. Goertz, L. A. Frank, G. Rostoker (1989). Observation determination of the adiabatic index in the quiet time plasma sheet. *Geophysical Research Letters* 16(6), 563–566.
- Kalita, M. K. B. C. Kalita (1986). Finite-amplitude solitary Alfvén waves in a low-beta-plasma. *Journal of Plasma Physics* 35, 267–272.
- Keiling, A., G. K. Parks, J. R. Wygant, J. Dombek, F. S. Mozer, C. T. Russell, A. V. Streltsov, W. Lotko (2005). Some properties of Alfvén waves: Observations in the tail lobes and the plasma sheet boundary layer. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 110(A10), A10S11.
- Koskinen, H. E. (2011). Magnetic reconnection. In *Physics of Space Storms*, Springer Praxis Books, Chapter 8, pp. 219–243. Berlin, Germany: Springer Berlin Heidelberg.
- Kulsrud, R. M. (2001). Magnetic reconnection: Sweet-Parker versus Petschek. *Earth, Planets, and Space* 53, 417–422.
- Kuznetsova, M. M., M. Hesse, L. Rastätter, A. Taktakishvili, G. Toth, D. L. De Zeeuw, A. Ridley, T. I. Gombosi (2007). Multiscale modeling of magnetospheric reconnection. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 112(A10), A10210.
- Li, Y., X. Cai, L. Chai, H. Zheng, C. Shen, S. Wang (2011). Eigenmodes of quasi-static magnetic islands in current sheet. *Physics of Plasmas* 18(12), 122110.
- Li, Y. F., D. J. Wu, G. E. Morfill (2008). Solitary kinetic Alfvén waves in dusty plasmas. *Physics of Plasmas* 15(8), 083703.
- Lin, Y. D. W. Swift (1996). A two-dimensional hybrid simulation of the magnetotail reconnection layer. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 101(A9), 19859–19870.
- Loureiro, N. F., R. Samtaney, A. A. Schekochihin, D. A. Uzdensky (2012). Magnetic reconnection and stochastic plasmoid chains in high-lundquist-number plasmas. *Physics of Plasmas* 19(4), 042303.
- Malyshkin, L. M. (2008). Model of hall reconnection. *Phys. Rev. Lett.* 101, 225001.

- Matthews, A. P. (1994). Current advance method and cyclic leapfrog for 2d multispecies hybrid plasma simulations. *Journal of Computational Physics* 112(1), 102–116.
- Mecheri, R. E. Marsch (2007). Coronal ion-cyclotron beam instabilities within the multi-fluid description. *Astronomy and Astrophysics* 474(2), 609–615.
- Mozer, F. S. A. Hull (2001). Origin and geometry of upward parallel electric fields in the auroral acceleration region. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 106(A4), 5763–5778.
- Nishizuka, N., M. Shimizu, T. Nakamura, K. Otsuji, T. J. Okamoto, Y. Katsukawa, K. Shibata (2008). Giant Chromospheric Anemone Jet Observed with Hinode and Comparison with Magnetohydrodynamic Simulations: Evidence of Propagating Alfvén Waves and Magnetic Reconnection. *The Astrophysical Journal Letters* 683, L83–L86.
- Nykyri, K., P. J. Cargill, E. Lucek, T. Horbury, B. Lavraud, A. Balogh, M. W. Dunlop, Y. Bogdanova, A. Fazakerley, I. Dandouras, H. Reme (2004). Cluster observations of magnetic field fluctuations in the high-altitude cusp. *Annales Geophysicae* 22(7), 2413–2429.
- Parker, E. N. (1957). Sweet’s mechanism for merging magnetic fields in conducting fluids. *Journal of Geophysical Research* 62(4), 509–520.
- Paschmann, G. (2008). Recent in-situ observations of magnetic reconnection in near-earth space. *Geophysical Research Letters* 35(19), n/a–n/a.
- Petschek, H. E. (1964). Magnetic Field Annihilation. *NASA Special Publication* 50, 425.
- Priest, E. R. (1985). The magnetohydrodynamics of current sheets. *Reports on Progress in Physics* 48(7), 955.
- Priest, E. R. (2003). Theory of 3d reconnection and coronal heating heating. *Advances in Space Research* 32(6), 1021 – 1027.
- Priest, E. R. T. G. Forbes (1986). New models for fast steady state magnetic reconnection. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 91(A5), 5579–5588.
- Priest, E. R. L. C. Lee (1990, 9). Nonlinear magnetic reconnection models with separatrix jets. *Journal of Plasma Physics* 44, 337–360.
- Pritchett, P. L. F. V. Coroniti (2004). Three-dimensional collisionless magnetic reconnection in the presence of a guide field. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 109(A1), n/a–n/a.
- Pudovkin, M. I., C. V. Meister, B. P. Besser, H. K. Biernat (1997). The effective polytropic index in a magnetized plasma. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 102(A12), 27145–27149.

- Rankin, R., J. C. Samson, V. T. Tikhonchuk (1999). Parallel electric fields in dispersive shear Alfvén waves in the dipolar magnetosphere. *Geophysical Research Letters* 26(24), 3601–3604.
- Rogers, B. N., R. E. Denton, J. F. Drake, M. A. Shay (2001). Role of dispersive waves in collisionless magnetic reconnection. *Physical Review Letters* 87(19), 195004.
- Roychoudhury, R. P. Chatterjee (1998). Effect of finite ion temperature on large-amplitude solitary kinetic Alfvén waves. *Physics of Plasmas* 5(11), 3828–3832.
- Runov, A., R. Nakamura, W. Baumjohann, R. A. Treumann, T. L. Zhang, M. Volwerk, Z. Vörös, A. Balogh, K.-H. Glaumeier, B. Klecker, H. Rème, L. Kistler (2003). Current sheet structure near magnetic x-line observed by cluster. *Geophysical Research Letters* 30(11), 1579.
- Sato, T. A. Hasegawa (1982). Externally driven magnetic reconnection versus tearing mode instability. *Geophysical Research Letters* 9(1), 52–55.
- Schindler, K. (1974). A theory of the substorm mechanism. *Journal of Geophysical Research* 79(19), 2803–2810.
- Schindler, K., M. Hesse, J. Birn (1988). General magnetic reconnection, parallel electric fields, and helicity. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 93(A6), 5547–5557.
- Shay, M. A., J. F. Drake, B. N. Rogers, R. E. Denton (2001). Alfvénic collisionless magnetic reconnection and the hall term. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 106(A3), 3759–3772.
- Shoji, M., Y. Omura, B. T. Tsurutani, O. P. Verkhoglyadova, B. Lembege (2009). Mirror instability and l-mode electromagnetic ion cyclotron instability: Competition in the earth’s magnetosheath. *Journal of Geophysical Research* 114, A10203.
- Shukla, P. K., H. U. Rahman, R. P. Sharma (1982). Alfvén soliton in a low-beta plasma. *Journal of Plasma Physics* 28(AUG), 125–131.
- Sonnerup, B. (1970). Magnetic-field re-connexion in a highly conducting incompressible fluid. *Journal of Plasma Physics* 4, 161.
- Sonnerup, B. (1984). Magnetic field reconnection at the magnetopause: An overview. In *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas*, Volume 30 of *Geophys. Monogr. Ser.*, pp. 92–103. Washington, DC: AGU.
- Sonnerup, B. (1988). On the theory of steady state reconnection. *Computer Physics Communications* 49(1), 143 – 159.

- Stefant, R. J. (1970). Alfvén wave damping from finite gyroradius coupling to the ion acoustic mode. *Physics of Fluids* 13(2), 440–450.
- Stringer, T. E. (1963). Low-frequency waves in an unbounded plasma. *Journal of Nuclear Energy* 5, 89–107.
- Sundkvist, D., V. Krasnoselskikh, P. K. Shukla, A. Vaivads, M. Andre, S. Buchert, H. Reme (2005). In situ multi-satellite detection of coherent vortices as a manifestation of Alfvénic turbulence. *Nature* 436(7052), 825–828.
- Swanson, D. G. (2003). *Plasma Waves (2nd ed)*. Series in Plasma Physics. Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing.
- Sweet, P. A. (1958). The Neutral Point Theory of Solar Flares. In B. Lehnert (Ed.), *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics*, Volume 6 of *IAU Symposium*, pp. 123.
- Thomas, V. A., D. Winske, N. Omidi (1990). Re-forming supercritical quasi-parallel shocks: 1. one- and two-dimensional simulations. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 95(A11), 18809–18819.
- Totten, T. L., J. W. Freeman, S. Arya (1995). An empirical determination of the polytropic index for the free-streaming solar-wind using helios-1 data. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 100(A1), 13–17.
- Tsurutani, B. T., B. Dasgupta, J. K. Arballo, G. S. Lakhina, J. S. Pickett (2003). Magnetic field turbulence, electron heating, magnetic holes, proton cyclotron waves, and the onsets of bipolar pulse (electron hole) events: a possible unifying scenario. *Nonlinear Processes in Geophysics* 10(1-2), 27–35.
- Uzdensky, D. A., N. F. Loureiro, A. A. Schekochihin (2010). Fast magnetic reconnection in the plasmoid-dominated regime. *Physical Review Letters* 105(23), 235002.
- Vasyliunas, V. M. (1975). Theoretical models of magnetic field line merging. *Reviews of Geophysics* 13(1), 303–336.
- Voitenko, Y. (2009). Kinetic Alfvén turbulence driven by MHD turbulent cascade.
- Voitenko, Y. M. Goossens (2003). Kinetic excitation mechanisms for ion-cyclotron kinetic Alfvén waves in sun-earth connection. *Space Science Reviews* 107, 387–401.
- Wang, X. G., A. Bhattacharjee, Z. W. Ma (2000). Collisionless reconnection: Effects of hall current and electron pressure gradient. *Journal of Geophysical Research-Space Physics* 105(A12), 27633–27648.

- Wang, X. Y., X. Y. Wang, Z. X. Liu, Z. Y. Li (1998). One-dimensional solitary kinetic Alfvén waves in low-beta plasma. *Physics of Plasmas* 5(12), 4395–4400.
- Winske, D., L. Yin, N. Omid, et al. (2003). Hybrid Simulation Codes: Past, Present and Future - A Tutorial. In J. Büchner, C. Dum, and M. Scholer (Eds.), *Space Plasma Simulation*, Volume 615 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, pp. 136–165.
- Wu, D. J. (2003a). Dissipative solitary kinetic Alfvén wave and electron acceleration. *Physics of Plasmas* 10(5), 1364–1370.
- Wu, D. J. (2003b). Model of nonlinear kinetic Alfvén waves with dissipation and acceleration of energetic electrons. *Physical Review E* 67(2), 027402.
- Wu, D. J. (2005). Dissipative solitary kinetic Alfvén waves and electron acceleration in the solar corona. *Space Science Reviews* 121(1-4), 333–342.
- Wu, D. J. J. K. Chao (2003). Auroral electron acceleration by dissipative solitary kinetic Alfvén waves. *Physics of Plasmas* 10(9), 3787–3789.
- Wu, D. J. C. Fang (1999). Two-fluid motion of plasma in Alfvén waves and the heating of solar coronal loops. *Astrophysical Journal* 511(2), 958–964.
- Wu, D. J. C. Fang (2003). Coronal plume heating and kinetic dissipation of kinetic Alfvén waves. *Astrophysical Journal* 596(1), 656–662.
- Wu, D. J. C. Fang (2007). Sunspot chromospheric heating by kinetic Alfvén waves. *Astrophysical Journal* 659(2), L181–L184.
- Wu, D. J., G. L. Huang, D. Y. Wang, C. G. Falthammar (1996a). Solitary kinetic Alfvén waves in the two-fluid model. *Physics of Plasmas* 3(8), 2879–2884.
- Wu, D. J., G. L. Huang, D. Y. Wang, C. G. Falthammar (1996b). Solitary kinetic Alfvén waves in the two-fluid model. *Physics of Plasmas* 3(8), 2879–2884.
- Wu, D. J., J. Huang, J. F. Tang, Y. H. Yan (2007). Solar microwave drifting spikes and solitary kinetic Alfvén waves. *Astrophysical Journal* 665(2), L171–L174.
- Wu, D. J. D. Y. Wang (1996). Solitary kinetic Alfvén waves on the ion-acoustic velocity branch in a low-beta plasma. *Physics of Plasmas* 3(12), 4304–4306.
- Wu, D. J., D. Y. Wang, C. G. Falthammar (1995). An analytical solution of finite-amplitude solitary kinetic Alfvén waves. *Physics of Plasmas* 2(12), 4476–4481.

- Xiao, C. J., X. G. Wang, Z. Y. Pu, Z. W. Ma, H. Zhao, G. P. Zhou, J. X. Wang, M. G. Kivelson, S. Y. Fu, Z. X. Liu, Q. G. Zong, M. W. Dunlop, K.-H. Glassmeier, E. Lucek, H. Reme, I. Dandouras, C. P. Escoubet (2007). Satellite observations of separator-line geometry of three-dimensional magnetic reconnection. *Nature Physics* 3, 609–613.
- Xiao, C. J., X. G. Wang, Z. Y. Pu, H. Zhao, J. X. Wang, Z. W. Ma, S. Y. Fu, M. G. Kivelson, Z. X. Liu, Q. G. Zong, K. H. Glassmeier, A. Balogh, A. Korth, H. Reme, C. P. Escoubet (2006, July). In situ evidence for the structure of the magnetic null in a 3D reconnection event in the Earth's magnetotail. *Nature Physics* 2, 478–483.
- Yang, L. D. J. Wu (2005a). Effects of heavy ions on kinetic Alfvén waves. *Communications in Theoretical Physics* 43(2), 325–332.
- Yang, L. D. J. Wu (2005b). Kinetic Alfvén waves in plasmas with heavy ions. *Physics of Plasmas* 12(6), 062903.
- Yang, L. D. J. Wu (2005c). Solitary kinetic Alfvén waves in bi-ion plasmas. *Physics of Plasmas* 12(11), 112901.
- Yeh, T. W. I. Axford (1970, May). On the re-connexion of magnetic field lines in conducting fluids. *Journal of Plasma Physics* 4, 207.
- Yi, L., J. Shuping, Y. Hongang, L. Shaoliang (2007). Numerical study of low frequency wave in hall MHD reconnection with various plasma beta. *Chinese Journal of Space Science* 27(2), 96–103.
- Yoon, P. H. A. T. Y. Lui (2006). Quasi-linear theory of anomalous resistivity. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 111(A2), A02203.
- Yu, M. Y. P. K. Shukla (1978). Finite-amplitude solitary Alfvén waves. *Physics of Fluids* 21(8), 1457–1458.
- Zabusky, N. J. M. D. Kruskal (1965). Interaction of "solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states. *Phys. Rev. Lett.* 15, 240–243.
- Zhang, T. L., Q. M. Lu, W. Baumjohann, C. T. Russell, A. Fedorov, S. Barabash, A. J. Coates, A. M. Du, J. B. Cao, R. Nakamura, W. L. Teh, R. S. Wang, X. K. Dou, S. Wang, K. H. Glassmeier, H. U. Auster, M. Balikhin (2012). Magnetic reconnection in the near venusian magnetotail. *Science* 336(6081), 567–570.
- Zhang, X., Z. Pu, Z. Ma, X. Zhou (2008). Roles of initial current carrier in the distribution of field-aligned current in 3-d hall MHD simulations. *Science in China Series E: Technological Sciences* 51(3), 323–336.

致 谢

在中国科学技术大学完成本科和研究生学业的九年里，我所从事的学习和研究工作，都是在导师以及系里老师和同学的指导和帮助下进行的。在论文完成之际，请容许我对他们表达诚挚的谢意。

首先衷心感谢我的导师李毅教授，从本科到我博士毕业，导师对我的学业和生活都给予了悉心的教诲和耐心的指导。在课题的选择、研究方法的确定、论文的撰写等方面给予了关键指导和亲切关怀，使我从中受益匪浅。在我学业和生活中遇到困难的时候，导师总是及时给我鼓励和帮助。导师深邃渊博的学术知识、务实严谨的治学态度、宽厚亲切的待人方式、朴实无华的人格魅力都是我学习的榜样，将使我终身受益。在论文完成之际，谨向李毅老师表示我最衷心的感谢。

感谢联合培养导师 Jörg Büchner 教授给予我的指导和帮助。在德国留学的这段时间，Büchner 教授为我提供了良好的学习研究环境和学术交流的氛围。与组里人员的讨论丰富了我的学术知识、开拓了我的眼界思路。尤其要感谢李光武博士在工作上给予我的细心指导。与你的讨论交流使我受益匪浅，你丰富的知识、热心助人彬彬有礼的态度，为我的异乡生活增添了光彩。

感谢郑惠南、汪毓明、王水、吴京生、胡友秋、张铁龙、陆全明、王传兵、陈出新、窦贤康老师，他们在本科及研究生阶段的指导给我的研究工作打下了基础，与他们的交流总是能让我有所收获。感谢班主任江玉民老师和谢端老师多年的关怀。

感谢魏勇师兄在论文的写作进度、内容安排以及校对过程中给予的建议。你总是能从不同角度看待问题，给我指出论文写作过程中需要注意的地方。还要感谢师兄在生活中给予我帮助，使我在国外的生活少了很多艰辛，多了很多快乐。感谢任志鹏师兄在百忙之中抽出时间帮助校对全文，并给出了很多宝贵的意见。

感谢常莹、孟醒、赖海容、吴明雨、康彧等几位同学，九年的友谊，无私

致 谢

与真诚，是我一生的财富。感谢黄灿师兄和苏振鹏师兄。感谢室友贾楠师姐在学习生活上给我的帮助。感谢姚建生师弟在论文打印递送等过程中给我的热心帮助。感谢沈金花、李坤、罗浩、高博等在德国遇到朋友，谢谢你们在我遇到困难的时候挺身而出给予我无限的关怀，衷心的感谢你们。

最后感谢我的家人，多年来父母为了子女受苦受累、默默付出，在我完成学业的这几年来你们给予我最大的支持和鼓励。感谢弟弟的理解和关心，感谢姐姐和妹妹的照顾和支持。

柴立晖

2013年5月10日

在读期间发表的学术论文与取得的研究成果

已发表论文:

1. Lihui Chai, Yi Li, Solitary kinetic Alfvén waves in adiabatic process, *Physics of Plasmas* 16, 122309, 2009
2. Lihui Chai, Yi Li, Shui Wang, Chao Shen, Low-frequency waves in magnetic reconnection, *Chinese Science Bulletin* 57(12), 1461, 2012
3. Yi Li, Xiaohui Cai, Lihui Chai, Huinan Zheng, Chao Shen, Shui Wang, Eigenmodes of quasi-static magnetic islands in current sheet, *Physics of Plasmas* 18, 122110, 2011

会议报告和海报:

1. 柴立晖, 李毅, 王水 (2011), 磁场重联中的低频波动, 日地活动现象中基本等离子体过程研讨会, 河南洛阳
2. LiHui Chai, KuangWu Lee, Jörg Büchner(2013), Particle simulation of acceleration by Alfvén waves in the lower solar corona, DPG Spring Meeting(Poster), Jena Germany
3. LiHui Chai, KuangWu Lee, Jörg Büchner(2013), Particle simulation of acceleration by Alfvén waves in the lower solar corona(Poster), EGU, Vienna Austria